

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA LEPKOŚCI CIECZY METODĄ STOKESA

Wprowadzenie teoretyczne:

Zjawiskiem lepkości nazywamy pojawianie się sił występujących pomiędzy warstwami cieczy lub gazu poruszającymi się z różnymi prędkościami i powodujących hamowanie warstwy poruszającej się szybciej oraz przyspieszanie warstwy poruszającej się wolniej. Zjawisko lepkości odpowiedzialne jest za występowanie sił oporu działających na obiekt poruszający się w ośrodku ciekłym lub gazowym. Siły te są proporcjonalne do współczynnika lepkości, który zależy od rodzaju ośrodka i temperatury.

W niniejszym ćwiczeniu współczynnik lepkości będzie wyznaczany za pomocą przyrządu zwanego wiskozymetrem Höpplera. Głównym elementem tego przyrządu jest szklana rurka wypełniona cieczą (przeważnie olejem), której lepkość badamy. W rurce tej umieszczona jest kulka o średnicy niewiele mniejszej od średnicy rurki. Podczas opadania kulki działa na nią duża siła oporu cieczy równa:

$$F_o = k \cdot r \cdot v \cdot \eta \quad (1)$$

gdzie: η - współczynnik lepkości,
 v - prędkość opadania kulki,
 r - promień kulki,
 k - stała charakterystyczna dla danego przyrządu.

Uwzględniając w obliczeniach siłę ciężkości i siłę wyporu można wykazać, że współczynnik lepkości może być wyznaczony w oparciu o pomiar czasu opadania kulki w rurce za pomocą wzoru:

$$\eta = K \cdot (\rho_k - \rho) \cdot t \quad (2)$$

gdzie: K - stała aparaturowa,
 ρ_k - gęstość kulki,
 ρ - gęstość oleju.

Dokładniejszy opis zjawiska lepkości oraz wyprowadzenie zależności (2) można znaleźć w skrypcie Politechniki Śląskiej: *R. Respondowski, Laboratorium z fizyki*.

Głównym celem niniejszego ćwiczenia jest analiza wpływu rodzaju stopera i osoby mierzącej na rozrzut wyników pomiaru czasu opadania kulki w wiskozymetrze, szczegółowa analiza niepewności pomiaru (niepewność związana z rozrzutem pomiarów, niepewność wynikająca z dokładności przyrządów), obserwacja wpływu czynników systematycznych (zmiana temperatury) na wyniki pomiarów oraz zapoznanie się z testowaniem zgodności wartości średnich.

Opis stanowiska pomiarowego:

Stanowisko pomiarowe składa się z wiskozymetru Höpplera oraz ultratermostatu służącego do stabilizacji temperatury oleju parafinowego w wiskozymetrze. Szczegółowy opis przyrządów oraz ich rysunki można znaleźć w skrypcie Politechniki Śląskiej: *R. Respondowski, Laboratorium z fizyki* lub w podręczniku: *H. Szydłowski, Pracownia fizyczna*.

Wykonanie pomiarów:

1. Ustawić za pomocą ultratermostatu pierwszą wartość T_1 temperatury oleju w wiskozymetrze. Odczekać na ustalenie się zadanej wartości temperatury.
2. Odwrócić rurę wiskozymetru i zmierzyć czas opadania kulki. Czynność tę należy powtórzyć 5-krotnie. Pomiary czasu powinny być prowadzone za pomocą trzech stoperów, przy czym co najmniej jeden z nich powinien być stoperem cyfrowym o dokładności 0.01 s i co najmniej jeden analogowym o dokładności 0.2 s. Przed każdym

powtórzeniem pomiaru sprawdzić czy temperatura jest stabilna. Jeżeli sekcja wykonująca ćwiczenie liczy 2 osoby, jedna z nich obsługuje 2 stopery. Wyniki powinny zawsze tworzyć trzy serie po 5 pomiarów przeprowadzone za pomocą różnych stoperów.

UWAGA: Czas opadania należy w przypadku dwóch serii pomiarowych odczytywać dla momentu przejścia dolnego końca kulki przez linie zaznaczone na wiskozymetrze.

Natomiast w jednej z serii pomiarowych powinien zostać wprowadzony dodatkowy rozrzut wyników poprzez odczytywanie czasu opadania raz dla chwili gdy dolna krawędź kulki mija linię zaznaczoną na wiskozymetrze, raz gdy mija ją górna krawędź, a raz gdy środek kulki.

3. Za pomocą ultratermostatu ustalić drugą wartość temperatury oleju T_2 i powtórzyć czynności opisane w pkt.2. Temperatura T_2 powinna być w miarę zbliżona do T_1 .
4. Ustalić trzecią wartość temperatury oleju T_3 i jeszcze raz powtórzyć czynności z pkt.2. Temperatura T_3 powinna różnić się od T_1 o około 10°C .

Opracowanie wyników.

1. Przedstawić wyniki w formie trzech tabel (dla każdej z temperatur) liczących po trzy serie pomiarowe czasu opadania kulki.
2. Dla każdej z serii pomiarowych wyznaczyć wartość średnią i odchylenie standardowe wartości średniej. Wyliczone odchylenia są niepewnościami wyznaczenia wartości średniej wynikającymi z rozrzutu pojedynczych pomiarów i nazywane są niepewnościami typu A. W dalszych instrukcjach wyznaczone wielkości oznaczane będą: t_{ij} – średnia wartość czasu opadania kulki zmierzona dla temperatury oleju wynoszącej T_i ($i = 1, 2, 3$) na podstawie serii numer j ($j = 1, 2, 3$), $u_A(t_{ij})$ – niepewność typu A średniej t_{ij} .
3. Porównać wyznaczone niepewności pomiarowe typu A z dokładnością stoperów użytych do pomiarów. Ponieważ co najmniej jeden ze stoperów ma stosunkowo niewielką dokładność (0.2 s), może się zdarzyć, że wynikająca z rozrzutu wyników niepewność typu A będzie tego samego rzędu lub nawet mniejsza od dokładności stopera. W takim przypadku istotnym lub wręcz głównym czynnikiem odpowiedzialnym za niepewność pomiarów jest niepewność wynikająca z dokładności przyrządu. Zalicza się ona do niepewności typu B. Przyjmując najprostszy model zakładający, że rzeczywista wartość mierzonej wielkości x mieści się z równomiernym prawdopodobieństwem w przedziale $\pm\Delta_d x$, gdzie $\Delta_d x$ oznacza dokładność przyrządu, niepewność wynikającą z tej dokładności wyraża się wzorem:

$$u_B(x) = \frac{\Delta_d x}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

Jeżeli niepewności typu A i typu B są podobnego rzędu wówczas musimy obie te wartości uwzględnić w obliczeniach i wyznaczyć niepewność całkowitą $u(x)$, którą opisuje wzór:

$$u(x) = \sqrt{[u_A(x)]^2 + [u_B(x)]^2} \quad (4)$$

Dla każdej z wartości średniej czasu opadania kulki t_{ij} wyznaczyć w oparciu o wzór (3) wartość $u_B(t_{ij})$. Następnie na podstawie wzoru (4) wyznaczyć dla każdej wartości t_{ij} niepewność całkowitą $u(t_{ij})$. Zwrócić uwagę, że w przypadkach gdy jedna z niepewności $u_A(t_{ij})$ lub $u_B(t_{ij})$ jest znacznie większa od drugiej to o wartości niepewności całkowitej decyduje praktycznie tylko większa z niepewności „cząstkowych”.

4. Za pomocą testu zgodności wartości średnich sprawdzić, czy wartości t_{ij} są dla danej temperatury T_i zgodne ze sobą (każda z każdą) – są sobie równe z w zakresie swoich niepewności. Test zgodności wartości średnich (np. t_{i1} i t_{i2}) polega na wyznaczeniu wielkości τ zdefiniowanej jako:

$$\tau = \frac{t_{i1} - t_{i2}}{\sqrt{[u(t_{i1})]^2 + [u(t_{i2})]^2}} \quad (5)$$

Jak widać zmienna ta ma charakter różnicy pomiędzy testowanymi wartościami odniesionej do ich łącznej niepewności. Jeżeli wielkości t_{i1} i t_{i2} są ze sobą zgodne, to wartość τ powinna być bliska zeru. Wartość τ jest zmienną losową o rozkładzie Gaussa lub Studenta i z własności tych rozkładów można wywnioskować jak bardzo może się ta wartość różnić od zera, aby można było jeszcze uznać, że t_{i1} i t_{i2} są ze sobą zgodne. Z pewnym uproszczeniem możemy przyjąć, że jeśli $|\tau| > 3$ to t_{i1} i t_{i2} nie są ze sobą zgodne tzn. są wynikami pomiarów wielkości o różnych wartościach (np. w trakcie pomiarów zmianie uległa temperatura oleju, a co za tym idzie szybkość opadania kulki).

5. Jeżeli pomiary t_{i1} , t_{i2} i t_{i3} są ze sobą wzajemnie zgodne, to wyznaczyć ich średnią ważoną, która będzie traktowana jako średni czas opadania kulki dla temperatury T_i . Wyznaczyć także niepewność średniej ważonej. Posłużyć się wzorami:

$$t_{i-sw} = \frac{\sum_{j=1}^3 w_{ij} \cdot t_{ij}}{\sum_{j=1}^3 w_{ij}} \quad (6)$$

$$u(t_{i-sw}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^3 w_{ij}}} \quad (7) \quad w_{ij} = \frac{1}{u(t_{ij})^2} \quad (8)$$

6. Posługując się testem zgodności średnich porównać średnie czasy opadania dla temperatur T_1 , T_2 i T_3 . Jaki wniosek można wyciągnąć z uzyskanych wyników testów?
7. Wykorzystując wzór (2) wyznaczyć wartości współczynnika lepkości dla temperatur T_1 , T_2 i T_3 . Dla wiskozymetru stosowanego w laboratorium wartość stałej aparaturowej $K = 1.2018 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^2$, a gęstość kulki $\rho_k = 8150 \text{ kg/m}^3$. Gęstości oleju dla temperatur T_1 , T_2 i T_3 wyznaczyć na podstawie danych zawartych w poniższej tabeli (np. rysując na ich podstawie wykres linii prostej i odczytując z wykresu gęstości oleju dla T_1 , T_2 i T_3):

Temperatura. [°C]	Gęstość oleju [kg/m ³]
20	878.8
25	875.3
30	871.8
35	868.3
40	864.8
45	861.2
50	857.5

8. Za pomocą prawa propagacji niepewności wyznaczyć niepewności współczynnika lepkości dla temperatur T_1 , T_2 i T_3 .