

BADANIE POCHŁANIANIA PROMIENIOWANIA BETA WYZNACZENIE WSPÓŁCZYNNIKA ABSORPCJI

Wprowadzenie teoretyczne:

Pochłanianie promieniowania beta emitowanego podczas rozpadu izotopów promieniotwórczych opisuje funkcja eksponentialna:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x} \quad (1)$$

Gdzie:

x – grubość warstwy pochłaniającej,

I_0 – ilość cząstek emitowanych w jednostce czasu przez źródło promieniotwórcze (natężenie promieniowania przed absorbentem),

I – ilość cząstek rejestrowanych w jednostce czasu po przejściu przez warstwę o grubości x (natężenie promieniowania po przejściu przez absorbent),

μ – współczynnik absorpcji.

Szersze wprowadzenie w podstawy fizyczne zagadnienia zawarte jest w skrypcie R.Respondowskiego „Laboratorium z fizyki”.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika absorpcji na podstawie pomiarów natężenia promieniowania I dla różnych grubości absorbenta x . Zależność $I(x)$ jest jednak zależnością eksponentialną (nieliniową). Aby zlinearyzować tę zależność wzór (1) logarytmujemy obustronnie i otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \ln I &= \ln I_0 \cdot e^{-\mu x} \\ \ln I &= \ln I_0 + \ln e^{-\mu x} \\ \ln I &= \ln I_0 - \mu x \end{aligned} \quad (2)$$

Wzór (2) jest już zależnością $y = ax + b$, przy czym $y = \ln I$, $a = -\mu$, $b = \ln I_0$. Po takim przekształceniu współczynnik absorpcji możemy wyznaczyć wykorzystując dopasowanie prostej do zależności $y(x)$.

Opracowanie wyników

1. Na podstawie pomiaru ilości impulsów N_t zarejestrowanych w czasie t_t wyznaczyć średnie natężenie promieniowania I_t w dowolnie przyjętej jednostce czasu (minuta lub sekunda) oraz niepewność $u(I_t)$ uwzględniającą fakt, że niepewnością są obarczone zarówno pomiary N_t jak i t_t .:

$$u(I_t) = \sqrt{\left(\frac{\partial I_t}{\partial N_t}\right)^2 u(N_t)^2 + \left(\frac{\partial I_t}{\partial t_t}\right)^2 u(t_t)^2} \quad (3)$$

W obliczeniach przyjąć, że:

$$u(N_t) = \sqrt{N_t} \quad (4)$$

2. Na podstawie pomiarów ilości impulsów N_i zarejestrowanych w czasie t_i dla poszczególnych grubości absorbenta wyznaczyć odpowiadające im natężenia promieniowania I_i . i – oznacza numer pomiaru.
3. Wyznaczyć wartości niepewności $u(I_i)$ w sposób analogiczny jak dla I_t (wzory 3 i 4). Należy zwrócić uwagę na to, że wartości $u(I_i)$ są różne dla różnych punktów pomiarowych, co oznacza że dokładność określenia każdego z punktów jest inna.
4. Sporządzić wykres I od x . Zaznaczyć niepewności pomiarów.
5. Wyznaczyć wartości y_i ze wzoru:

$$y_i = \ln(I_i) \quad (5)$$

oraz na podstawie wzoru (5) wartości $u(y_i)$ zgodnie z prawem propagacji niepewności (wariancji).

6. Do punktów pomiarowych x_i , y_i dopasować prostą stosując regresję liniową ważoną z wagami $w_i = 1/u(y_i)^2$. Należy znaleźć współczynniki a i b oraz ich niepewności $u(a)=S_a$ i $u(b)=S_b$.
7. Wyznaczyć współczynnik absorpcji $\mu = -a$ oraz jego niepewność $u(\mu) = u(a)$.
8. Zrobić wykres przedstawiający zależność y od x . Zaznaczyć niepewności pomiarów y_i . Narysować prostą otrzymaną w wyniku dopasowania.
9. Na podstawie wartości pomiaru I_t wyliczyć zasięg liniowy promieniowania beta – R . Zasięg określamy jako punkt przecięcia zależności $y(x)$ z wartością $\ln(I_t)$, możemy więc go wyliczyć na podstawie zależności (2):

$$\ln(I_t) = -\mu \cdot R + b$$

Co po przekształceniu daje:

$$R = \frac{b - \ln(I_t)}{\mu} \quad (6)$$

10. Wykorzystując wzór (6) wyznaczyć niepewność $u(R)$ zgodnie z prawem propagacji niepewności (wariancji). Ponieważ współczynniki μ oraz b wyznaczone zostały na podstawie tej samej grupy pomiarów (podczas tego samego doświadczenia) są one ze sobą skorelowane i fakt ten należy uwzględnić w obliczeniach niepewności $u(R)$. Prawo propagacji niepewności przyjmuje w tym przypadku postać:

$$u(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial \mu}\right)^2 u(\mu)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial b}\right)^2 u(b)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I_t}\right)^2 u(I_t)^2 + 2\left(\frac{\partial R}{\partial \mu}\right)\left(\frac{\partial R}{\partial b}\right) \cdot u(\mu) \cdot u(b) \cdot r(\mu, b)} \quad (7)$$

$r(\mu, b)$ oznacza współczynnik korelacji pomiędzy parametrami μ i b , który można wyznaczyć ze wzoru:

$$r(\mu, b) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n w_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i^2\right)}} \quad (8)$$