

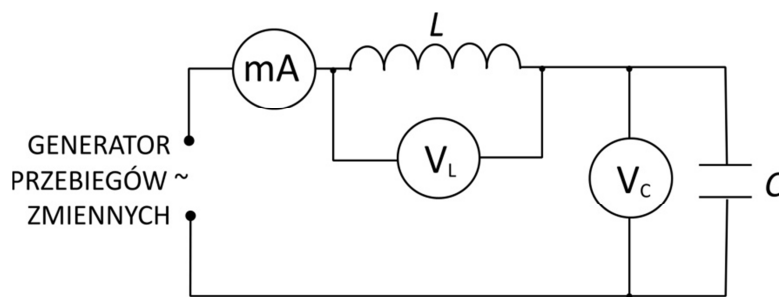
# BADANIE REZONANSU W SZEREGOWYM OBWODZIE LC

NALEŻY MIEĆ ZE SOBĄ: kalkulator naukowy, ołówek, linijkę, papier milimetrowy.

## PYTANIA KONTROLNE

1. Równanie różniczkowe drgań wymuszonych
2. Postać równania drgań wymuszonych dla prądu w szeregowym układzie LC
3. Warunek rezonansu w szeregowym układzie LC,
4. Pojęcie rezonansu, częstotliwość rezonansowa, szerokość połówkowa krzywej rezonansowej, przesunięcie fazowe prądu względem napięcia wymuszającego.
5. Dobroć układu drgającego, dobroć układu LC

## POMIARY



1. Ustalić indukcyjność cewki dekadowej L.
2. Wybrać teoretyczną częstotliwość rezonansową  $f_T$  tak, by nie przypadła pomiędzy zakresami generatora.
3. Z warunku rezonansu obliczyć pojemność kondensatora, jaka jest konieczna do wystąpienia rezonansu i ustawić tę wartość na kondensatorze dekadowym.
4. Ustawić na generatorze częstotliwość rezonansową  $f_T$ .
5. Ustawić wartość napięcia wejściowego  $U_0 = 2 \text{ V}$ .
6. Zmierzyć wstępnie maksymalną wartość prądu  $I_{\max}$  w obwodzie. Wyznaczyć opór obwodu.
7. Obliczyć teoretyczną dobroć układu rezonansowego  $Q_T$ . Dobroć powinna być większa od 2, żeby można było wykonać resztę ćwiczenia. Jeżeli dobroć jest niższa, należy powtórzyć czynności 1-6 dla innych wartości.
8. Obliczyć teoretyczną szerokość połówkową krzywej rezonansowej  $\Delta f_T$ .
9. Notować wskazania mierników dla różnych częstotliwości napięcia wymuszającego w zakresie od  $f_T - 2\Delta f_T$  do  $f_T + 2\Delta f_T$ . W obszarze częstotliwości rezonansowej zagęścić pomiary.

$C = \dots\dots\dots \text{ nF}, \quad L = \dots\dots\dots \text{ mH}, \quad U_0 = \dots\dots\dots \text{ V}$

$f_R = \dots\dots\dots \text{ Hz}, \quad R = \dots\dots\dots \Omega, \quad Q_T = \dots\dots\dots$

$f, \text{ Hz}$	$I, \text{ mA}$	$U_L, \text{ V}$	$U_C, \text{ V}$

-> Podczas pomiarów należy kontrolować wartość napięcia wejściowego  $U_0$ , w razie potrzeby skorygować do założonej wartości 2 V.

## 10. Zapisać dokładności mierników użytych w pomiarach

Woltomierz  $U_L$ : typ: \_\_\_\_\_, niepewność pomiaru: \_\_\_\_\_

Woltomierz  $U_C$ : typ: \_\_\_\_\_, niepewność pomiaru: \_\_\_\_\_

Miliamperomierz: typ: \_\_\_\_\_, niepewność pomiaru: \_\_\_\_\_

Częstotliwościomierz: typ: \_\_\_\_\_, niepewność pomiaru: \_\_\_\_\_

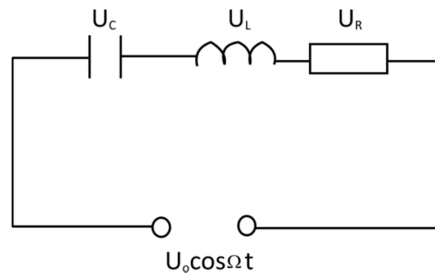
Napięcie wymuszające  $U_0$ : typ: \_\_\_\_\_, niepewność pomiaru: \_\_\_\_\_

## OPRACOWANIE WYNIKÓW

- Sporządzić wykresy zależności częstotliwościowej (na wspólnym arkuszu):
  - natężenia prądu  $I = f(f)$ ,
  - napięcia na cewce  $U_L = f(f)$
  - napięcia na kondensatorze  $U_C = f(f)$zaznaczając na wykresie słupki niepewności dla kilku punktów pomiarowych.
- Odczytać z wykresu częstotliwość rezonansową  $f_R$ .
- Ocenić niepewność  $u(f_R)$ .
- W sposób formalny ocenić zgodność  $f_R$  z założoną na początku ćwiczenia częstotliwością teoretyczną  $f_T$ .
- Metodą szerokości połówkowej krzywej rezonansowej obliczyć dobroć badanego układu rezonansowego
$$Q = \frac{f_R}{\Delta f}$$
- Korzystając z prawa propagacji niepewności obliczyć niepewności  $Q$  oraz  $Q_T$  i zapisać wyniki w odpowiednim formacie.
- W sposób formalny ocenić zgodność otrzymanych wyników dla  $Q_T$  i  $Q$ .
- Odczytać z wykresu wartość maksymalną natężenia prądu  $I_{\max}$ .
- Obliczyć teoretyczną wartość natężenia prądu w rezonansie  $I_0$  (wraz z niepewnością) i ocenić jej zgodność z wartością zmierzoną  $I_{\max}$ .
- Obliczyć przesunięcie fazowe natężenia prądu względem napięcia wymuszającego.
- Skomentować wszystkie wyniki eksperymentu pod kątem zgodności z teorią.

## DODATEK

Literatura: Zygmunt Kleszczewski, *Fizyka klasyczna*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej



Napięcie na oporniku  $U = RI = R \frac{dQ}{dt}$

Napięcie na cewce  $U_L = L \frac{d^2Q}{dt^2}$

Napięcie na kondensatorze  $U_C = \frac{Q}{C}$

Równanie Kirchhoffa dla obwodu:

$$U_L + U + U_C = U_0 \cos \Omega t$$

Po podstawieniu

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = U_0 \cos \Omega t$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = \frac{U_0}{L} \cos \Omega t$$

Po zróżniczkowaniu otrzymuje się równanie drgań wymuszonych dla prądu w obwodzie

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} = \frac{U_0 \Omega}{L} \sin \Omega t$$

Poszukuje się rozwiązania w postaci

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi).$$

Stosując przekształcenia podane w literaturze otrzymuje się:

Warunek rezonansu w szeregowym układzie LC:  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

Teoretyczna częstotliwość rezonansowa:  $f_T = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Teoretyczna amplituda prądu w rezonansie:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Średnia moc pobierana przez układ w jednym okresie drgań

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T U(t)I(t) dt = \frac{1}{2} I_0^2 R$$

Szerokość krzywej rezonansowej zatem odczytuje się na wysokości  $\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$ .

Przesunięcie fazowe

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \text{lub}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Zróżniczkowawszy drugi raz i przekształciwszy  $\rightarrow$  równanie dla  $U_L$

Po przekształceniach

$$LC \frac{d^2 U_c}{dt^2} + RC \frac{dU_c}{dt} + U_c = U_0 \sin \Omega t \quad \rightarrow \text{równanie dla } U_c$$

$$\frac{d^2 U_c}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{LC} U_c = \frac{U_0}{LC} \sin \Omega t$$

## Warunek rezonansu w szeregowym układzie LC (z grubego Kleszcza)

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

Ustalamy L, ustalamy pożądaną częstotliwość f w Hz, liczymy  $\omega$ , liczymy konieczne do rezonansu C

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L}$$

### Krzywa rezonansowa

Częstotliwość rezonansowa

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ - zbadać zgodność ze zmierzonym.}$$

Średnia moc pobierana przez układ w okresie

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T U(t)I(t)dt$$

Napięcie:  $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$

Prąd:  $I(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$

i ostatecznie

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0^2 R$$

Bierze się krzywą prądową i na wysokości  $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$  odczytuje z wykresu szerokość krzywej rezonansowej w Hz.

Przesunięcie fazowe:  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

albo  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

Prąd w rezonansie:  $I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \text{ - zbadać zgodność ze zmierzonym.}$