

# BADANIE PRĄDÓW PRZEMIENNYCH ZA POMOCĄ OSCYLOSKOPU (KRZYWE LISSAJOUS, PRZESUWNIK FAZOWY)

## STANOWISKO POMIAROWE

Stanowisko pomiarowe składa się z oscyloskopu, przesuwника fazowego zawierającego opór omowy  $R$ , kondensator o pojemności  $C$  z możliwością zamiany na cewkę o indukcyjności  $L$ . W celu otrzymania tzw. krzywych Lissajous (w wyniku złożenia drgań prostopadłych) wykorzystuje się generator oraz autotransformator. Do obwodu tuż za autotransformatorem należy włączyć transformator dzwonekowy oddzielając w ten sposób elementy układu pomiarowego od sieci.

## POMIARY

### A. WYZNACZANIE NIEZNANEJ CZĘSTOTLIWOŚCI SYGNAŁU ZA POMOCĄ KRZYWYCH LISSAJOUS

1. Przygotować oscyloskop do trybu pracy dwukanałowej. Ustawić przełącznik AC-GND-DC w położenie AC (sygnał przemienny). Przełącznik VERT MODE ustawić w pozycję DUAL.
2. Ustawić przełącznik TIME/DIV w położenie X-Y (wyłączenie podstawy czasu oscyloskopu).
3. Obniżone za pomocą autotransformatora a następnie transformatora napięcie sieciowe  $U_x$  doprowadzić do wejścia kanału 1 (CH1). Sygnał ten jest sygnałem osi poziomej X.
4. Sygnał ( $\sim$ ) z generatora o napięciu  $U_y$  doprowadzić do kanału 2 (CH2). Sygnał ten powoduje odchylenie wiązki elektronów wzdłuż osi pionowej Y.
5. Pokręćła przełączników VOLTS/DIV ustawić w takim położeniu, aby obraz (odwzorowujący dwa napięcia) wypełniał prawie cały ekran.

Kształt otrzymanej na ekranie krzywej zależy od stosunku częstotliwości składanych drgań i od ich różnicy w fazie. Krzywe te, zwane krzywymi Lissajous, stają się tym bardziej skomplikowanymi im większe liczby całkowite określają stosunek częstotliwości prostopadłych drgań składowych. Wszystkie krzywe mieszczą się w prostokącie (lub kwadracie) o bokach równych podwojonym amplitudom wychylenia (napięcia) drgań składowych. Stosunek częstotliwości drgań składowych równy jest stosunkowi liczby przecięć krzywej Lissajous z dwiema prostymi prostopadłymi. Proste te nie mogą przechodzić przez punkty węzłowe krzywej ani nie mogą być do niej styczne. Szukaną częstotliwość  $\nu_y$  sygnału, którego źródłem jest generator, wyznacza się ze wzoru

$$f_y = f_x \frac{N_x}{N_y}, \quad (1)$$

gdzie  $N_x$  i  $N_y$  oznaczają odpowiednio liczby przecięć krzywej z prostą równoległą do osi OX i z prostą równoległą do osi OY.  $f_x$  jest częstotliwością napięcia sieciowego.

6. Przeprowadzić obserwacje innych krzywych Lissajous dla przypadków, dla których stosunek częstotliwości składanych drgań wyrażony jest przez niewielkie liczby naturalne.

### B. POMIAR KĄTA PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO MIĘDZY DRGANIAMI HARMONICZNYMI O TEJ SAMEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

#### Metoda I. Wykorzystanie właściwości figury Lissajous

1. Odłączyć generator, zwalniając wejście kanału 2 (CH2) (przełącznik TIME/DIV znajduje się nadal w położeniu X-Y)
2. Przesuwnik fazowy (Rys. 3a), złożony z oporu omowego  $R$  (w układzie znajdują się oporniki dekadowe), kondensatora o pojemności  $C$  (układ zawiera kondensatory dekadowe) lub cewki o indukcyjności  $L$ , połączyć z transformatorem dzwonekowym poprzez zaciski, natomiast sygnał otrzymywany na wyjściu przesuwnika, czyli napięcie na kondensatorze (lub cewce) doprowadzić do wejścia kanału 2 (CH2).

3. Do wejścia kanału 1 (CH1) doprowadzony ma być sygnał bezpośrednio z transformatora dzwonkowego (połączenie to zostało wykonane wcześniej).

Tak skonstruowany układ jest tzw. przesuwnikiem typu RC (lub RL).

4. Pokrętłami VOLTS/DIV i VAR (kanałów 1 i 2) ustawić amplitudy odchylenia odpowiednio w poziomie (wzdłuż osi X) i w pionie (wzdłuż osi Y) tak, aby na ekranie otrzymać elipsę o takiej wielkości, która umożliwi dokładny pomiar jej rozmiarów.
5. Zmieniając wartości R i C przerysowywać z ekranu oscyloskopu (najlepiej na przezroczysty papier milimetrowy) otrzymywane elipsy.
6. Dla każdej otrzymanej elipsy zmierzyć jej półosie (a i b) oraz odległości ( $x_0$ ,  $y_0$ ) punktów przecięcia elipsy z osiami OX, OY od środka elipsy tzn. od początku układu współrzędnych.
7. Zmierzyć amplitudy wychylenia ( $A_x$ ,  $A_y$ ) drgań składowych czyli wartości współrzędnych tych punktów elipsy, które znajdują się najdalej od osi OX i OY.

W niniejszym ćwiczeniu wyznacza się różnicę faz między dwoma drganiami harmonicznymi, które są zmieniającymi się sinusoidalnie napięciami o częstotliwości 50Hz. Jedno z nich jest napięciem doprowadzonym z transformatora dzwonkowego do przesuwnika fazowego, natomiast drugi sygnał jest napięciem wyjściowym otrzymanym z danego przesuwnika, przy czym może to być napięcie na okładkach kondensatora (lub na końcach cewki), może też być to napięcie na oporze omowym R. Zaleca się więc wykonanie pomiarów różnicy faz między napięciami dla przesuwnika typu CR i LR.

#### Metoda II. Obserwacja na ekranie oscyloskopu dwóch drgań harmonicznyc

1. Włączyć podstawę czasu. Przełącznik TIME/DIV przekręcić w lewo z pozycji X-Y wybierając jedną z wolniejszych wartości prędkości podstawy czasu (np. 2ms/dz). Poprzez włączenie podstawy czasu wejścia sygnałów osi X i osi Y tj. kanały 1 i 2 stają się teraz wejściami odpowiednio dwóch sygnałów sinusoidalnych: napięcia  $U_1$  podawanego na przesuwnik fazowy i napięcia  $U_2$  otrzymywanego na wyjściu przesuwnika. Przełącznik VERT MODE znajduje się w pozycji DUAL.
2. Za pomocą pokręteł POSITION ustawić położenie przebiegów z obu kanałów tak, aby były jednocześnie widoczne na ekranie. Przełącznikiem SOURCE wybrać sygnał wyzwalający (niech będzie to sygnał doprowadzony do wejścia kanału 1). Po zsynchronizowaniu obu sygnałów na ekranie początkowo płynące w lewo lub prawo sinusoidy zatrzymają się.
3. Dla danego typu przesuwnika fazowego (RC, CR lub RL, LR) wybrać wartości pojemności C kondensatora dekadowego (lub włączyć cewkę o określonej indukcyjności L) oraz wartości oporu omowego R. Należy zmierzyć kilkakrotnie długości odcinków OA oraz OB.

#### **OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW**

##### **A. WYZNACZANIE NIEZNANEJ CZĘSTOTLIWOŚCI SYGNAŁU ZA POMOCĄ KRZYWYCH LISSAJOUS**

Krzywe Lissajous obrazują tor jaki zakreśla wiązka elektronów poddana dwóm prostopadłym do siebie drganiom harmonicznym

$$x = A_x \cos(\omega t + \varphi_x) \quad (2a)$$

$$y = A_y \cos(\omega t + \varphi_y) \quad (2b)$$

Drgania różnią się częstościami kołowymi  $\omega_x$  i  $\omega_y$ , przy czym częstości te są wielokrotnościami pewnej częstości podstawowej  $\omega$

$$\omega_x = N_x \omega \quad \text{oraz} \quad \omega_y = N_y \omega \quad (3)$$

1. Dla każdej z zarejestrowanych krzywych Lissajous określić liczbę przecięć  $N_x$  i  $N_y$  danej krzywej z dwiema prostymi prostopadłymi odpowiadającymi osiom OX i OY układu prostokątnego.
2. Korzystając ze wzoru (2) wyznaczyć częstość  $f_y$  sygnału generatora dla każdej obserwowanej krzywej Lissajous przyjmując, że napięcie sieciowe posiada częstość  $f_x = 50$  Hz.

## B. POMIAR KĄTA PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO MIĘDZY DRGANIAMI HARMONICZNYMI O TEJ SAMEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

Jeśli drgania składowe prostopadłe (równania 3), posiadają tę samą częstotliwość, a różnią się w fazie o  $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ , to torem drgania wypadkowego będzie elipsa, której ogólne równanie ma postać

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos(\varphi_y - \varphi_x) = \sin^2(\varphi_y - \varphi_x). \quad (4)$$

Orientacja półosi elipsy względem osi OX, OY prostokątnego układu współrzędnych zależy od różnicy faz  $\Delta\varphi$  drgań składowych. Jeśli przyjmie się że  $\varphi_x = 0$ , to przesunięcie fazowe równe jest  $\varphi_y$ . Przesunięcie fazowe (w dalszej części tekstu oznaczane przez  $\varphi$ ) określają współrzędne  $(x_0, y_0)$  przecięcia elipsy z osiami OX, OY

$$\sin\varphi = \frac{y_0}{A_y} = \frac{y_0}{y_m} \quad \text{oraz} \quad \sin\varphi = \frac{x_0}{A_x} = \frac{x_0}{x_m} \quad (5)$$

Jeśli ustali się równość amplitud wychylenia obu drgań, to można wykazać, że stosunek półosi (a i b) elipsy równy jest wartości tangensa połowy kąta przesunięcia fazowego  $\varphi$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{b}{a}. \quad (6)$$

1. Korzystając ze wzorów (5) i (6) wyznaczyć przesunięcie fazowe  $\varphi$ , występujące między drganiami składowymi, dla każdej zarejestrowanej elipsy.
2. Na podstawie wyników pomiarów uzyskanych dla metody II (punkt 3) ćwiczenia otrzymuje się wartości przesunięć fazowych po podstawieniu średnich wartości długości zmierzonych odcinków OA i OB do wzoru

$$\varphi = \frac{OA}{OB} \cdot 180^\circ = 2 \frac{\Delta t}{T} \cdot 180^\circ. \quad (7)$$

3. Korzystając z prawa przenoszenia niepewności i ze wzoru (6) obliczyć niepewność  $u(\varphi)$  wyznaczonych wartości przesunięć fazowych.