Pomiary fizyczne - dokonywane tylko ze skończoną dokładnością.

Powodem - niedoskonałość przyrządów pomiarowych i nieprecyzyjność naszych zmysłów biorących udział w obserwacjach.

Podawanie samego tylko wyniku pomiaru – niewystarczające

Opracowanie pomiarów winno zawierać także miarę ich wiarygodności, czyli niepewność pomiaru.

Teoria niepewności pomiaru (Rachunek niepewności pomiaru)

Teoria niepewności pomiaru – to nie ścisła teoria fizyczna, lecz przybliżony matematyczny opis niedoskonałości eksperymentu.

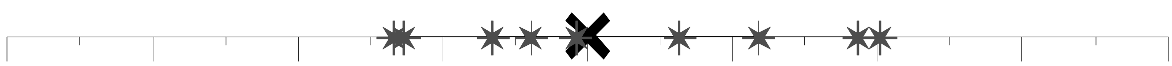
Jej metody i rezultaty nie ograniczają się do fizyki, lecz są takie same – lub bardzo podobne – dla wszystkich nauk doświadczalnych.

Guide to Expression of Uncertainty in Measurement - opracowany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną ISO w porozumieniu z szeregiem światowych organizacji naukowo–technicznych – wynik dążenia do uzgodnienia terminologii i metod szacowania niepewności.

Wdrażanie postanowień w naszym kraju.

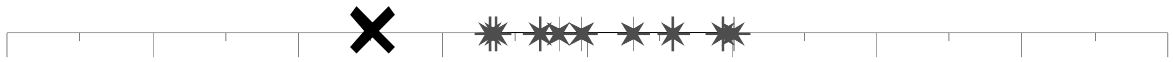
Rodzaje błędów pomiaru

Błąd przypadkowy spowodowany jest losowym odchyleniem wyniku pomiaru od wartości rzeczywistej. Wynik kolejnego pomiaru jest inny, lecz szansa uzyskania wyników tak większych, jak i mniejszych od wartości rzeczywistej jest w przybliżeniu taka sama.



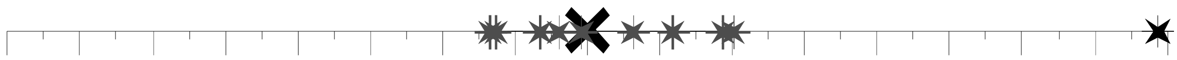
Rys.1. *Losowy rozrzut wyników pomiarów wokół wartości rzeczywistej ilustrujący występowanie błędu przypadkowego.*

Z **błędem systematycznym** mamy do czynienia, gdy przy powtarzaniu pomiaru występuje ta sama różnica między wynikami pomiarów a wartością rzeczywistą, natomiast rozrzut wyników poszczególnych pomiarów jest niewielki lub nie występuje w ogóle.



Rys.2. *Błąd systematyczny.*

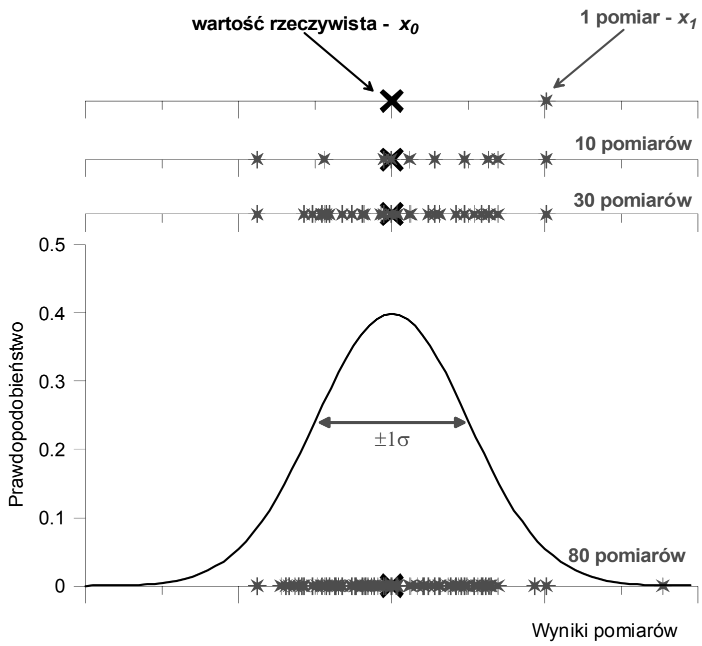
Błąd gruby to różnica między wynikiem pomiaru i wartością rzeczywistą, na ogół bardzo duża, powstała wskutek nieumiejętności użycia danego przyrządu, pomyłek przy odczytywaniu i zapisie wyników, itp.



Rys.1. *Błąd gruby.*

$$\textbf{\textit{Błąd}} = x_i - x_0$$

Błąd – to różnica pomiędzy wartością zmierzona i rzeczywistą



Rys. 4. *Rozrzut wyników pomiarów x_i wokół wartości rzeczywistej x_0.*

Niepewność pomiaru:

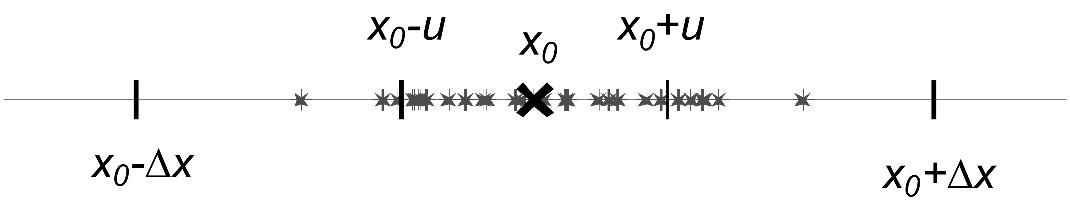
- parametr związany z rezultatem pomiaru,
- charakteryzujący rozrzut wyników,
- można go, w uzasadniony sposób przypisać, wartości mierzonej.

Różne miary niepewności:

- **Niepewność maksymalna Δx** – staramy się określić przedział, w którym mieszczą się wszystkie wyniki pomiaru x_i, aktualnie wykonane i przyszłe.

  Niepewność maksymalna jest miarą deterministyczną, gdyż twierdzimy, że wartość prawdziwa zawarta jest na pewno w przedziale $x_0 \pm \Delta x$.
  Niepewność maksymalna jest stosowana w określonych sytuacjach, np. jako miara dokładności elektrycznych przyrządów pomiarowych.

- **Niepewność standardowa u(x)** – oszacowanie odchylenia standardowego
  - Rezultat pomiaru to zmienna losowa
  - Jej rozrzut charakteryzuje odchylenie standardowe - pierwiastek z średniej wartości kwadratu różnicy wartości zmierzonej i rzeczywistej
  - Nie znamy wartości rzeczywistej -> nie znamy dokładnej wartości odchylenia standardowego



Rys. 5. Porównanie przedziałów niepewności pomiaru określonych przy pomocy modelu statystycznego (x_0-u;x_0+u) i deterministycznej teorii niepewności maksymalnej (x_0-Δx;x_0+Δx).

Niepewność typu A

Wyznaczanie niepewności w oparciu o serię wyników pomiarów, przy których występuje rozrzut statystyczny nazywany jest obliczaniem niepewności metodą A.

- Wynik pomiarów określamy jako wartość średnią z serii pomiarów.
- Niepewność standardową pomiaru (wyznaczenia wartości średniej) określamy podając wartość odchylenia standardowego wartości średniej.

Niepewność typu B

Nie występuje statystyczny rozrzut wyników (wszystkie pomiary dają ten sam wynik). Główną przyczyną niepewności pomiaru jest niepewność przyrządu pomiarowego (niepewność wzorcowania).

Przyrząd pomiarowy powinien gwarantować taką dokładność, aby wynik pomiaru x_i różnił się od wartości rzeczywistej nie więcej niż o działkę elementarną - $\Delta_p x$, czyli odstęp sąsiadujących kresek podziałki (termometr, linijka).

Dokładność przyrządów określona przez producenta np.
- dla mierników elektromagnetycznych

$$\Delta_P x = \frac{C \cdot zakres}{100}$$

C – klasa
- dla mierników cyfrowych

$$\Delta_p x = \frac{C_1 \cdot x + C_2 \cdot zakres}{100}$$

C1, C2 - stałe podane przez producenta.
Tak określona dokładność jest równoznaczna pojęciu niepewności maksymalnej.
Niepewność będzie określona wzorem:

$$u(x) = \frac{\Delta_p x}{\sqrt{3}}$$

Niepewność całkowita

Niepewność całkowitą wyznaczamy uwzględniając wszystkie czynniki określające niepewność tzn. niepewność wynikającą z rozrzutu statystycznego wyników pomiarów, niepewność przyrządu pomiarowego a także niepewność eksperymentatora.
Najczęściej mamy jednak do czynienia z dwoma pierwszymi czynnikami. Niepewność całkowitą wyliczamy w oparciu o prawo dodawania dyspersji (wariancji).
Dla zmiennych losowych niezależnych:

$$u_c(x) = \sqrt{[u_r(x)]^2 + [u_p(x)]^2}$$

$u_c(x)$ – niepewność całkowita,

$u_r(x)$ – niepewność obliczona z rozrzutu statystycznego serii wyników pomiarów,

$u_p(x)$ – niepewność obliczona inną drogą niż z rozrzutu wyników (w powyższym przypadku na podstawie dokładności przyrządu pomiarowego)

Prawo przenoszenia niepewności

Wiele wielkości fizyczne wyznaczane metodą pomiarów pośrednich.

Funkcja jednej zmiennej

Niepewność $u(x)$ jest mała w porównaniu z wartością mierzoną x

$$y = f(x)$$
$$u(y) = \frac{dy}{dx} u(x)$$

Funkcja wielu zmiennych:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_i, \ldots, x_k)$$
$$u_c(y) = \sqrt{\sum_i \left[\frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i) \right]^2}$$

Zapis wyniku końcowego

1. Niepewność podajemy z dokładnością do dwóch cyfr znaczących, np.:
   u(g) = 0,0287532 m/s^2 -> u(g) = 0,029 m/s^2
2. Wynik pomiaru zaokrąglamy do tego samego miejsca dziesiętnego, co niepewność, np.:
   g = 9,8662317 m/s^2 -> g = 9,866 m/s^2
3. Zapisujemy wynik końcowy wraz z niepewnością i jednostką, np:
   g = 9,866 m/s^2; u(g) = 0,029 m/s^2
   lub
   g = 9,866(29) m/s^2
4. Porównujemy otrzymany wynik z wartością tablicową
   - czy w granicach pojedynczej (podwojonej/potrojonej) niepewności wynik jest zgodny z wartością tablicową?

Wzory

Średnia arytmetyczna:
Wartość średnia - estymator wartości oczekiwanej:

$$x_{sr} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Odchylenie standardowe pojedynczego pomiaru:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{sr})^2}{n-1}}$$

Odchylenie standardowe wartości średniej:

$$s_{xsr} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{sr})^2}{n(n-1)}}$$

Średnia ważona:
Poszczególnym wynikom pomiarów przypisujemy wagi w_i równe kwadratowi odwrotności ich niepewności:

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$

Średnia ważona:

$$x_{srw} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

Niepewność średniej ważonej:

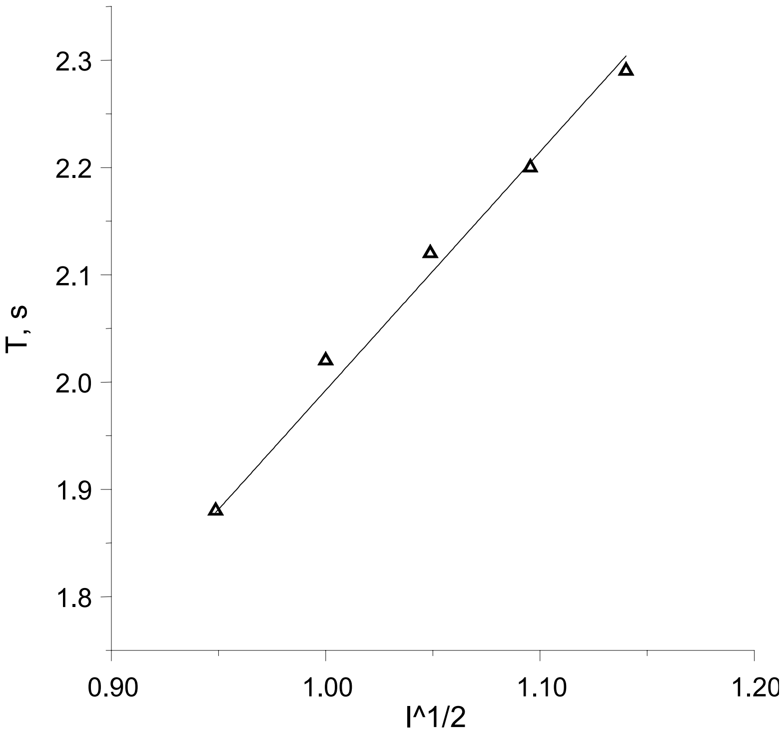
$$u(x_{srw}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\sigma_i^2}}}$$

Wykresy

Przy rysowaniu wykresu należy stosować się do następujących zasad:

1. Wykres powinien być możliwie duży (co najmniej połowa kartki A4)
2. Wykres powinien być mniej więcej kwadratowy
3. Podziałki obu osi należy dobrać tak, punkty z wynikami pomiarów zajmowały całą powierzchnię wykresu. Podziałki obu osi nie muszą zaczynać się od zera.
4. Osie powinny być opisane symbolem wielkości i symbolem stosowanej jednostki
5. Podziałki opisujemy zaznaczając okrągłe wartości stosownej wielkości fizycznej, a nie wartości otrzymane w pomiarach
6. Punkty zaznaczamy możliwie dużymi symbolami. Unikamy stosowania kropek jako symboli.
7. Wykresy sporządzamy ołówkiem na papierze milimetrowym lub przy użyciu komputera (z zachowaniem zasad 1-6).

Wykres może nie tylko ilustrować zależność między mierzonymi wielkościami, ale również może być pomocny w wyznaczeniu interesującej nas wielkości. Np. wartości okresów w funkcji pierwiastka z długości wahadła układają się na linii prostej.



Jej równanie:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{l}$$

jest zgodne z ogólnym równaniem prostej

$$y = a \cdot x + b$$

gdy $a = \frac{2\pi}{\sqrt{g}};\ b = 0$

Istnieje metoda statystyczna, tzw. **metoda regresji liniowej**, pozwalająca najlepiej dopasować prostą do danych pomiarowych. Metoda pozwala obliczyć wartość współczynnika nachylenia prostej (a) i jego odchylenie standardowe ($s(a)$), jak również wartość wyrazu wolnego i jego odchylenie standardowe. Znając a i $u(a) = s(a)$ można wyznaczyć przyspieszenie ziemskie i jego niepewność standardową.

Literatura

- Ćwiczenia w pierwszej pracowni fizycznej, pod redakcją Pazdur A., skrypt uczelniany.
- Respondowski R., Laboratorium z fizyki, skrypt uczelniany.
- Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, pod redakcją Nowaka M., skrypt uczelniany.
- Dryński T., Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN.
- Szydłowski H., Pracownia fizyczna, PWN.
- II pracownia fizyczna, pod redakcją Kaczmarka F., WNT.
- Zięba A., Natura rachunku niepewności pomiaru a jego nowa kodyfikacja , Postępy Fizyki, tom 52, zeszyt 5, rok 2001.
- Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, ISO,1993 (Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik - wydanie polskie: Główny Urząd Miar, 1999): http://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/index.html
- Analiza niepewności, fragment skryptu AGH A. Zięba: http://www.ftj.agh.edu.pl/zdf/danepom.pdf
- Proste przyrządy pomiarowe fragment skryptu AGH A. Zięba: http://www.ftj.agh.edu.pl/zdf/przyrzady.pdf
- Witryna internetowa pracowni C:
- http://fizyka.polsl.pl/pl/index.php?page=news&news=68&wid=11
- Witryna internetowa dr Michczyńskiego http://www.carbon14.pl/~adam/Dydaktyka/MAT_FIZ/MADP/index_madp.html
- Witryna internetowa dr Michczyńskiej http://www.carbon14.pl/~asia