Równanie transportu promieniowania

Dla jednego rodzaju promieniowania

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\varphi'(T,\vec{\Omega})}{\partial t} = -\vec{\Omega}\,\nabla\varphi' - \mu\,\varphi' + s'(T) + \int dT'' \int d\vec{\Omega}''\; \varphi'(T'',\vec{\Omega}'')\,\mu'(T,\vec{\Omega};T'',\vec{\Omega}'')$$

φ	gęstość strumienia promieniowania $\frac{\Delta N}{\Delta S\,\Delta t}$
φ'	rozkład gęstości strumienia
T	energia
$\vec{\Omega}$	jednostkowy wektor kierunkowy (kąt bryłowy)
s'	rozkład gęstości mocy źródeł
μ'	różniczkowy współczynnik osłabienia
$\mu'(T,\vec{\Omega};T'',\vec{\Omega}'')$	$T',\vec{\Omega}'$ - promieniowanie padające $T,\vec{\Omega}$ - promieniowanie rozproszone
$\mu = \int dT'' \int d\vec{\Omega}''\; \mu'(T'',\vec{\Omega}'';T,\vec{\Omega})$	współczynnik osłabienia całkowity
v	prędkość promieniowania o energii T
t	czas
$\frac{\varphi'}{v} = \frac{\Delta N}{\Delta V}$	liczba cząstek/kwantów na jednostkę objętości ośrodka

Przypadki szczególne równania transportu:

1. moc źródeł i gęstość strumienia są niezależne od czasu

$$\vec{\Omega}\,\nabla\varphi'(T,\vec{\Omega}) + \mu\,\varphi'(T,\vec{\Omega}) = s'(T) + \int dT'' \int d\vec{\Omega}''\; \varphi'(T'',\vec{\Omega}'')\,\mu'(T,\vec{\Omega};T'',\vec{\Omega}'')$$

2. źródła są włączone na krótki, skończony, odcinek czasu

$$\boxed{\Omega\,\nabla\Phi^{'}(T,\Omega)+\mu\,\Phi^{'}(T,\Omega)=S^{'}+\int dT^{''}\int d\Omega^{''}\,\Phi^{'}(T^{''},\Omega^{''})\,\mu^{'}(T,\Omega;T^{''},\Omega^{''})}$$

Równanie transportu promieniowania

Dla dwóch rodzajów promieniowania

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}\,\nabla\Phi_1^{'}(T_1,\vec{\Omega}_1)+\mu_1\Phi_1^{'}(T_1,\vec{\Omega}_1)=S_1^{'}&+\int dT_1^{''}\int d\vec{\Omega}_1^{''}\,\Phi_1^{'}(T_1^{''},\vec{\Omega}_1^{''})\,\mu^{'}(T_1,\vec{\Omega}_1;T_1^{''},\vec{\Omega}_1^{''})\\&+\int dT_2^{''}\int d\vec{\Omega}_2^{''}\,\Phi_2^{'}(T_2^{''},\vec{\Omega}_2^{''})\,\mu^{'}(T_1,\vec{\Omega}_1;T_2^{''},\vec{\Omega}_2^{''})\\ \vec{\Omega}\,\nabla\Phi_2^{'}(T_2,\vec{\Omega}_2)+\mu_2\Phi_2^{'}(T_2,\vec{\Omega}_2)=S_2^{'}&+\int dT_2^{''}\int d\vec{\Omega}_2^{''}\,\Phi_2^{'}(T_2^{''},\vec{\Omega}_2^{''})\,\mu^{'}(T_2,\vec{\Omega}_2;T_2^{''},\vec{\Omega}_2^{''})\\&+\int dT_1^{''}\int d\vec{\Omega}_1^{''}\,\Phi_1^{'}(T_1^{''},\vec{\Omega}_1^{''})\,\mu^{'}(T_2,\vec{\Omega}_2;T_1^{''},\vec{\Omega}_1^{''})\end{aligned}$$

$\mu^{'}(T_1,\vec{\Omega}_1;T_2^{''},\vec{\Omega}_2^{''})$ - różniczkowy współczynnik osłabienia opisujący proces powstawania promieniowania (1) o energii T_1 i kierunku $\vec{\Omega}_1$ z promieniowania (2) o energii $T_2^{''}$ i kierunku $\vec{\Omega}_2^{''}$.

Równanie transportu dla cząstek naładowanych

Rozpraszanie bez zmiany energii:
$\mu^{'}(T,\vec{\Omega};T^{''},\vec{\Omega}^{''})\cdot\delta(T^{''}-T)$

Zmiana energii (przedstawiona przez zdolność hamowania) bez zmiany kierunku:
$\frac{\partial\Phi^{'}}{\partial T}\cdot\frac{\partial T}{\partial x}$, którą można uprościć wprowadzając pojęcie zasięgu resztkowego cząstki

$p(T)=-\int_0^T dT^{''}\left[\frac{dT^{''}}{dx}\right]^{-1}$ - zasięg pozostały cząstce o energii *T*.

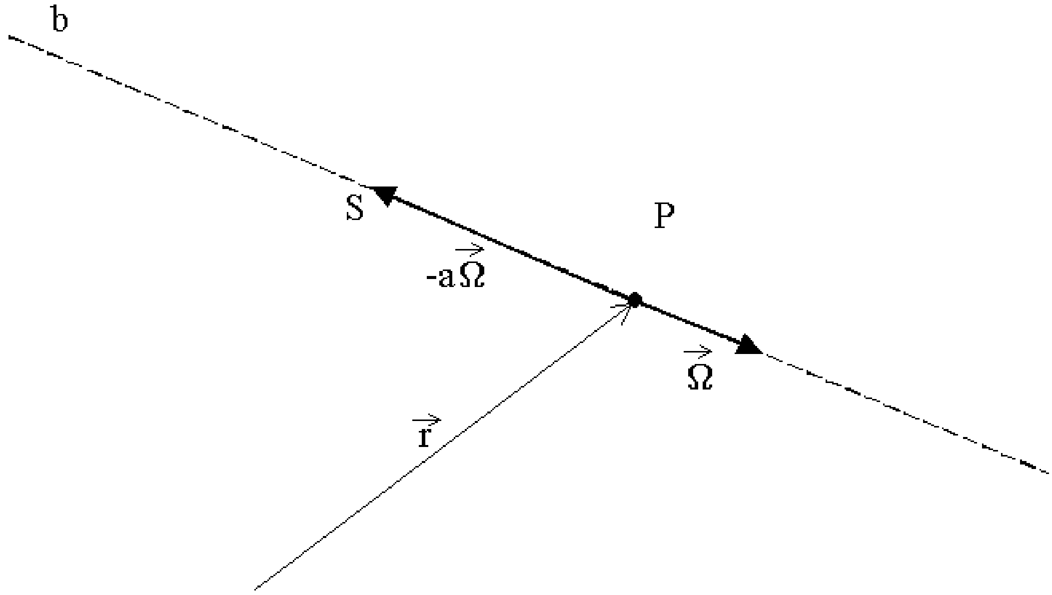
$$\boxed{\vec{\Omega}\cdot\nabla\Phi^{'}(p,\vec{\Omega})=S^{'}-\frac{\partial\Phi^{'}}{\partial p}+\int d\vec{\Omega}^{''}\left[\Phi^{'}(p,\vec{\Omega}^{''})-\Phi^{'}(p,\vec{\Omega})\right]\mu^{'}(\vec{\Omega},\vec{\Omega}^{''})}$$

Całkowe równania transportu

$$\Phi^{'}(T,\vec{\Omega};\vec{r}) = \int_0^{\infty} da\, e^{-\int_0^{a}\mu(a^{"})da^{"}} \Big[S^{'}(T,\vec{\Omega};\vec{r}-a\vec{\Omega}) +$$
$$\int dT^{"}\int d\vec{\Omega}^{"}\Phi^{'}(T^{"},\vec{\Omega}^{"};\vec{r}-a\vec{\Omega})\mu^{'}(T,\vec{\Omega};T^{"},\vec{\Omega}^{"},\vec{r}-a\vec{\Omega})\Big]$$

$$\int_0^{\infty} da \left(S^{'}(T,\vec{\Omega};\vec{r}-a\vec{\Omega})\, e^{-\int_0^{a}\mu(a^{"})da^{"}} \right)$$

$$\int_0^{\infty} da \left(\int dT^{"}\int d\vec{\Omega}^{"}\Phi^{'}(T^{"},\vec{\Omega}^{"};\vec{r}-a\vec{\Omega})\mu^{'}(T,\vec{\Omega};T^{"},\vec{\Omega}^{"},\vec{r}-a\vec{\Omega})\, e^{-\int_0^{a}\mu(a^{"})da^{"}} \right)$$



Rozwiązania równania transportu.

Szereg Neumann'a

$$\boxed{\Phi^{'}(T,\vec{\Omega};\vec{r})=\int_{0}^{\infty}da\; e^{-\mu(T)a}\left[S^{'}(T,\vec{\Omega};\vec{r}-a\vec{\Omega})+\int dT^{''}\int d\vec{\Omega}^{''}\Phi^{'}(T^{''},\vec{\Omega}^{''};\vec{r}-a\vec{\Omega})\mu^{'}(T,\vec{\Omega};T^{''},\vec{\Omega}^{''})\right]}$$

$$\Phi^{'}(T^{''},\vec{\Omega}^{''};\vec{r}-a\vec{\Omega})=\int_{0}^{\infty}db\; e^{-\mu(T^{''})b}\Big[S^{'}(T^{''},\vec{\Omega}^{''};\vec{r}-a\vec{\Omega}-b\vec{\Omega}^{''})+$$

$$\int dT^{'''}\int d\vec{\Omega}^{'''}\Phi^{'}(T^{'''},\vec{\Omega}^{'''};\vec{r}-a\vec{\Omega}-b\vec{\Omega}^{''})\mu^{'}(T^{''},\vec{\Omega}^{''};T^{'''},\vec{\Omega}^{'''})\Big]$$

1. podstawienie

$$\Phi^{'}(T,\vec{\Omega};\vec{r})=\int_{0}^{\infty}da\; e^{-\mu(T)a}S^{'}(T,\vec{\Omega};\vec{r}-a\vec{\Omega})+$$

$$\int dT^{''}\int d\vec{\Omega}^{''}\int_{0}^{\infty}da\int_{0}^{\infty}db\; e^{-\mu(T)a-\mu(T^{''})b}\; S^{'}(T^{''},\vec{\Omega}^{''};\vec{r}-a\vec{\Omega}-b\vec{\Omega}^{''})\;\mu^{'}(T,\vec{\Omega};T^{''},\vec{\Omega}^{''})+$$

$$\int dT^{''}\int d\vec{\Omega}^{''}\int dT^{'''}\int d\vec{\Omega}^{'''}\int_{0}^{\infty}da\int_{0}^{\infty}db\; e^{-\mu(T)a-\mu(T^{''})b}\;\Phi^{'}(T^{'''},\vec{\Omega}^{'''};\vec{r}-a\vec{\Omega}-b\vec{\Omega}^{''})\;\mu^{'}(T^{''},\vec{\Omega}^{''};T^{'''},\vec{\Omega}^{'''})\;\mu^{'}(T,\vec{\Omega};T^{''},\vec{\Omega}^{''})$$

itd.

Rozwiązanie iteracyjne

$$\Phi' = \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i'$$

Φ_i' – rozkład strumienia promieniowania rozproszonego *i*–razy

$i = 0$ – promieniowanie nierozproszone

$$\Phi_0'(T,\vec{\Omega};\vec{r}) = \int_0^{\infty} da\, e^{-\mu(T)a} S'(T,\vec{\Omega};\vec{r} - a\vec{\Omega})$$

dla $i \geq 1$

$$\Phi_i'(T,\vec{\Omega};\vec{r}) = \int dT'' \int d\vec{\Omega}'' \int_0^{\infty} da\, e^{-\mu(T)a}\, \Phi_{i-1}'(T'',\vec{\Omega}'';\vec{r} - a\vec{\Omega})\mu'(T,\vec{\Omega};T'',\vec{\Omega}'')$$