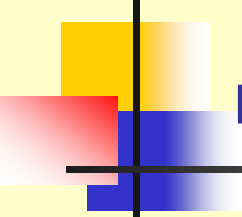


LABORATORIUM Z FIZYKI

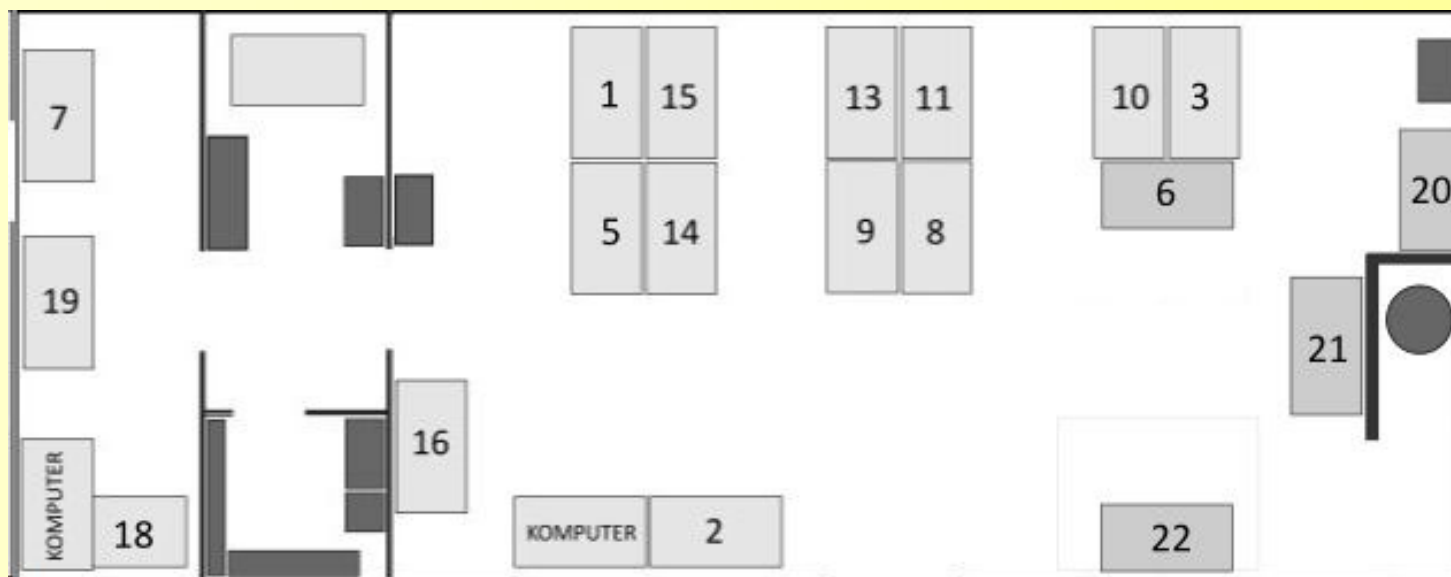


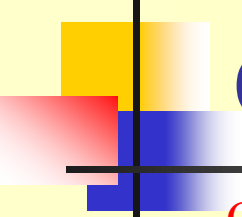
LABORATORIUM Z FIZYKI

- **I PRACOWNIA FIZYCZNA C w Gliwicach**
- Gliwice, ul. Konarskiego 22, pokoje 52-54
- Regulamin pracowni i organizacja zajęć
- Sprawozdanie
(strona tytułowa, karta pomiarowa)
- Spis ćwiczeń
- Opracowanie wyników pomiarów

www.fizyka.polsl.pl → dydaktyka → I PRACOWNIA FIZYCZNA C
w Gliwicach

I PRACOWNIA FIZYCZNA C w Gliwicach





Opracowanie wyników pomiarów

Opracowanie danych pomiarowych

prof. Andrzej Zięba

Statystyczne Metody Opracowania Pomiarów I

B. Kamys

Pomiary fizyczne mogą być dokonywane tylko ze skończoną dokładnością. Powodem tego jest niedoskonałość przyrządów pomiarowych i nieprecyzyjność naszych zmysłów biorących udział w obserwacjach.

Podawanie samego tylko wyniku pomiaru jest niewystarczające, opracowanie pomiarów winno zawierać także miarę ich wiarygodności, czyli niepewność pomiaru.

Teoria niepewności pomiaru nie jest ścisłą teorią fizyczną, lecz raczej przybliżonym matematycznym opisem niedoskonałości eksperymentu.

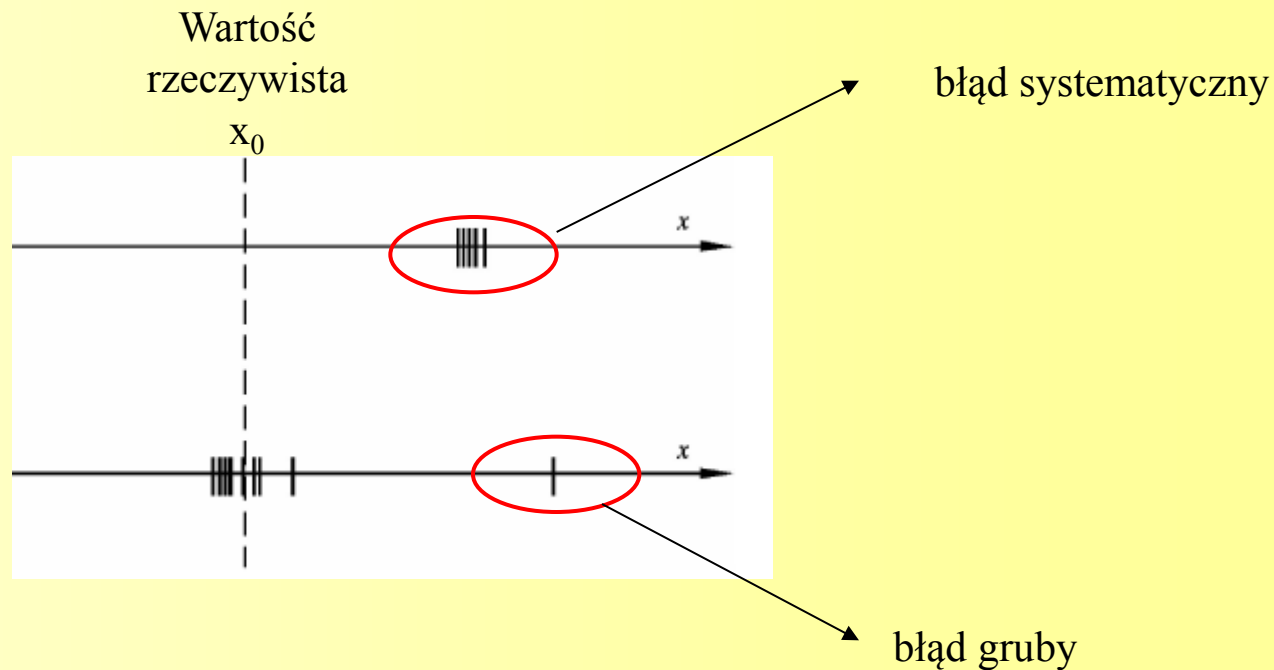
Dokument *Guide to Expression of Uncertainty in Measurement* opracowany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną ISO w porozumieniu z szeregiem światowych organizacji naukowo–technicznych

Zgodnie z NORMĄ ISO (Międzynarodowej Organizacji Normalizacyjnej) wprowadzoną w 1995 roku należy unikać słowa "błąd" zastępując go słowami "niepewności pomiarowe". "Błąd" należy zarezerwować tylko dla pomyłek eksperymentatora (tj. do błędów grubych) lub niewłaściwej metody pomiarowej (tj. do błędów systematycznych).

Norma zaleca używanie symbolu $u(x)$ dla niepewności pomiaru zmiennej x . Symbol ten pochodzi od angielskiego słowa "uncertainty" "niepewność".

Z **błędem systematycznym** mamy do czynienia, gdy przy powtarzaniu pomiaru występuje ta sama różnica między wartościami zmierzonymi a wartością rzeczywistą, natomiast rozrzut wyników poszczególnych pomiarów jest niewielki lub nie występuje w ogóle.

O **błędzie grubym** mówimy, gdy różnica między wynikiem pomiaru i wartością rzeczywistą jest duża lub drastycznie duża. Błąd grubo pojawia się na skutek nieumiejętności użycia danego przyrządu, pomyłek przy odczytywaniu i zapisie wyników itp.



Przypadkowe niepewności pomiarowe to niepewności, które zmieniają się od pomiaru do pomiaru, powodując odchylenia od wartości prawdziwej zarówno w dół jak i w górę. Zakłada się, że spowodowane są one przez wiele niezależnych przyczyn o porównywalnym znaczeniu.

Metody statystyki pozwalają na oszacowanie tego typu niepewności zarówno jakościowo jak i ilościowo. Nie mówią jednak nic o błędach systematycznych czy grubych. **Dlatego dalsze rozważania dotyczyć będą tylko niepewności przypadkowych.**

Niepewność pomiaru jest związanym z rezultatem pomiaru parametrem, charakteryzującym rozrzut wyników, który można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej.

Wartość prawdziwa mierzonej wielkości jest równa wartości oczekiwanej pomiarów (jeżeli są tylko niepewności przypadkowe).

- Rozrzut pomiarów dookoła wartości prawdziwej jest określony przez odchylenie standardowe rozkładu niepewności przypadkowych.
- Miarą niepewności pojedynczego pomiaru jest odchylenie standardowe pomiarów.

Szukanie prawdziwej wartości mierzonej wielkości i jej niepewności to estymacja wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego pomiarów

Miarą dokładności pomiaru najpowszechniej stosowaną i uznaną za podstawową przez Przewodnik **jest niepewność standardowa**. Jej najkrótszą definicją jest zdanie:

Niepewność standardowa jest oszacowaniem odchylenia standardowego.

Norma ISO określania niepewności pomiarowych proponuje zastosowanie dwu metod do tego celu:

Metoda A szacowania niepewności pomiarowych to opisane powyżej wnioskowanie o niepewności pomiaru z rozrzutu statystycznego wyników pomiaru

Metoda B stosuje się, gdy nie możemy takiego rozrzutu zaobserwować.

Ocena niepewności typu A

Pod tą nazwą kryją się metody wykorzystujące statystyczną analizę serii pomiarów.

W większości przypadków najlepszym oszacowaniem x mierzonej wartości jest średnia arytmetyczna

$$x \equiv \bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

Miarą rozrzutu wyników pomiaru jest parametr statystyczny zwany estymatorem odchylenia standardowego

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Ilościowo, estymator odchylenia standardowego średniej $s_{\bar{x}}$ jest n razy mniejszy od estymatora s_x

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

Ponieważ za wynik pomiaru przyjmujemy średnią, **niepewnością pomiaru $u(x)$** utożsamiamy z estymatorem odchylenia standardowego średniej, $u(x)$

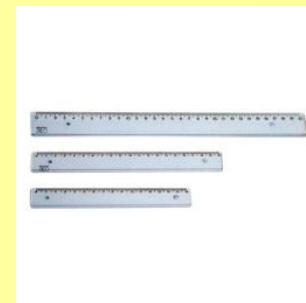
$$u(x) \equiv s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n - 1)}}$$

Ocena niepewności typu B.

Stosowana jest, gdy statystyczna analiza serii pomiarów nie jest możliwa. Ocena niepewności typu B opiera się na naukowym osądzie eksperymentatora wykorzystującym wszystkie informacje o pomiarze i źródłach jego niepewności.

Do oceny typu B wykorzystać można między innymi:

- dane z pomiarów poprzednich,
- doświadczenie i wiedzę na temat przyrządów i obiektów mierzonych,
- informacje producenta przyrządów,
- niepewności przypisane danym zaczerpniętym z literatury.



<http://www.biuronet.com>

Proste przyrządy mechaniczne

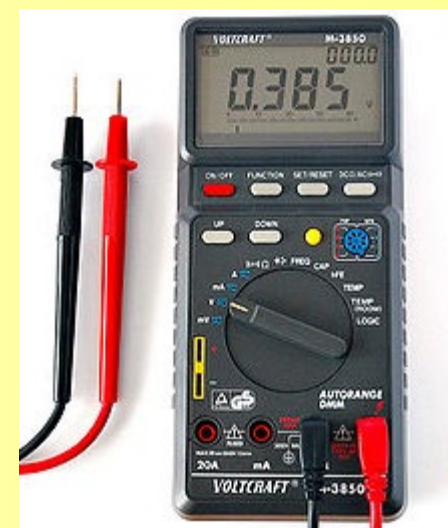
$$u(x) \approx \text{działka elementarna.}$$

Elektroniczne mierniki cyfrowe

Niepewność graniczna (dokładność)

$$\Delta x = C_1 \cdot x + C_2 \cdot \text{zakres}$$

$$u(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$$



http://pl.wikipedia.org/wiki/Miernik_uniwersalny

Prawo propagacji niepewności

Wiele wielkości fizycznych nie da się zmierzyć pojedynczym przyrządem, lecz wyznacza się metodą pomiaru pośredniego.

$$y(x_1, \dots, x_k, \dots),$$

Funkcja jednej zmiennej

Niepewność $u(x)$ jest mała w porównaniu z wartością mierzoną x , zatem niepewność y obliczyć można jako iloczyn pochodnej funkcji i niepewności $u(x)$,

$$u(y) = \frac{dy}{dx} u(x),$$

Funkcja wielu zmiennych

W przypadku funkcji wielu zmiennych obliczamy za pomocą wzoru różniczki cząstkowe dla kolejnych zmiennych $x_1, \dots, x_k, \dots$ i tworzymy z nich sumę geometryczną

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_k \left[\frac{\partial y}{\partial x_k} u(x_k) \right]^2}$$

Zapis wyniku końcowego

1. Niepewność podajemy z dokładnością do dwóch cyfr znaczących, np.:
 $u(g) = 0,0287532 \text{ m/s}^2 \rightarrow u(g) = 0,029 \text{ m/s}^2$
2. Wynik pomiaru zaokrąglamy do tego samego miejsca dziesiętnego, co niepewność, np.:
 $g = 9,8662317 \text{ m/s}^2 \rightarrow g = 9,866 \text{ m/s}^2$
3. Zapisujemy wynik końcowy wraz z niepewnością i jednostką, np:
 $g = 9,866 \text{ m/s}^2; u(g) = 0,029 \text{ m/s}^2$
lub
 $g = 9,866(29) \text{ m/s}^2$
4. Porównujemy otrzymany wynik z wartością tablicową
- czy w granicach pojedynczej (podwojonej/potrojonej) niepewności wynik jest zgodny z wartością tablicową?

Wyniki pomiarów i obliczeń najlepiej podawać w jednostkach, dla których wartość liczbowa zawarta jest w przedziale od 0,1 do 1000. Aby to umożliwić, wprowadzono przedrostki układu SI, takie jak: $p=10^{-12}$, $n=10^{-9}$, $\mu=10^{-6}$, $m=10^{-3}$, $k=10^3$, $M=10^6$, $G=10^9$, . . . Dołączyć je można do każdej jednostki posiadającej własny symbol (m, s, A, W, F, Hz etc.).

Gdy jednostka układu SI jest kombinacją symboli przedrostki można dołączyć do każdego symbolu. Przykładowo, zapis gęstości rtęci jako $13,6 \text{ g/cm}^3$ jest bardziej przyjazny niż $13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Średnia ważona:

Poszczególnym wynikom pomiarów przypisujemy wagi w_i równe kwadratowi odwrotności ich niepewności:

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$

Średnia ważona:

$$x_{srw} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Niepewność średniej ważonej:

$$u(x_{srw}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}}$$

Wykresy zależności fizycznych

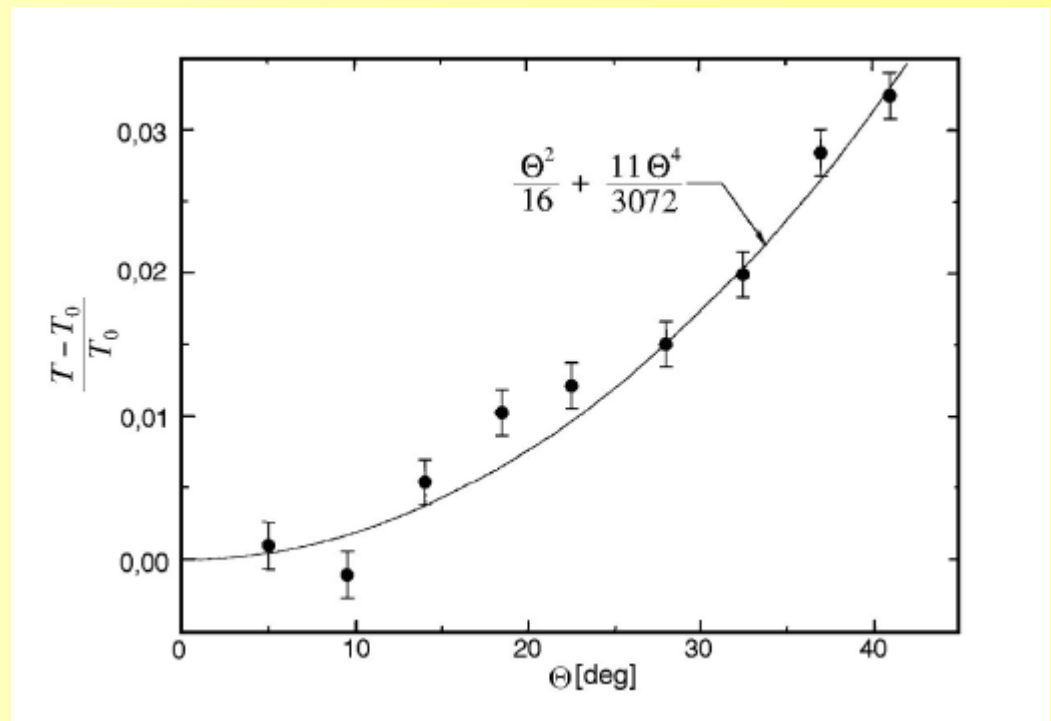
Układ współrzędnych

Układ współrzędnych musi posiadać podziałkę, oznaczenie wielkości i oznaczenie jednostek. Skalę wykresu należy tak dobrać, by był on przejrzysty i dobrze wykorzystywał powierzchnię papieru. Aby to spełnić, **podziałka nie musi zaczynać się od zera.**

Punkty doświadczalne

Odcinek niepewności
o długości $\pm u(y)$ lub $\pm u(x)$

Krzywa interpretująca
wyniki eksperymentu



Dopasowanie prostej do zbioru punktów doświadczalnych

Metoda najmniejszych kwadratów (regresja liniowa) jest najpowszechniej stosowaną metodą analityczną

$$a = \frac{1}{D} \sum y_i (x_i - \bar{x}), \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$D = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$s_y = \sqrt{\frac{S^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum [y_i - (ax_i + b)]^2}{n-2}}$$

$$u(a) = \frac{s_y}{\sqrt{D}}, \quad u(b) = s_y \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{D}}$$