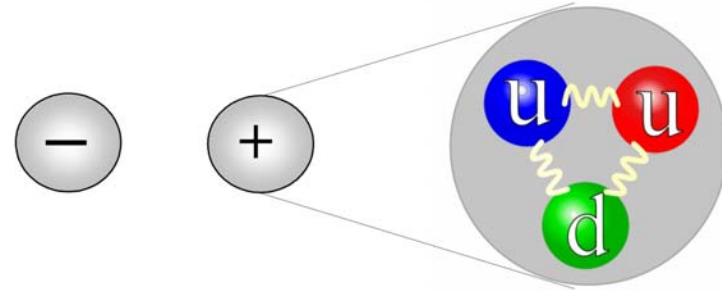


ZJAWISKA ELEKTROMAGNETYCZNE

ELEKTROSTATYKA

- Ładunki znajdują się w spoczynku
- Ładunki elektryczne: dodatnie i ujemne
- Prawo Coulomba: siły przyciągające i odpychające między ładunkami
- Jednostką ładunku elektrycznego jest 1C (1 kulomb)
- Ładunek elementarny $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C
- Ujemny ładunek elektronu lub dodatni pozytonu, protonu, innych cząstek elementarnych jest dodatni lub ujemny i równy „e”
- Najmniejszy ładunek posiadają kwarki. Wynosi on 1/3 ładunku elementarnego



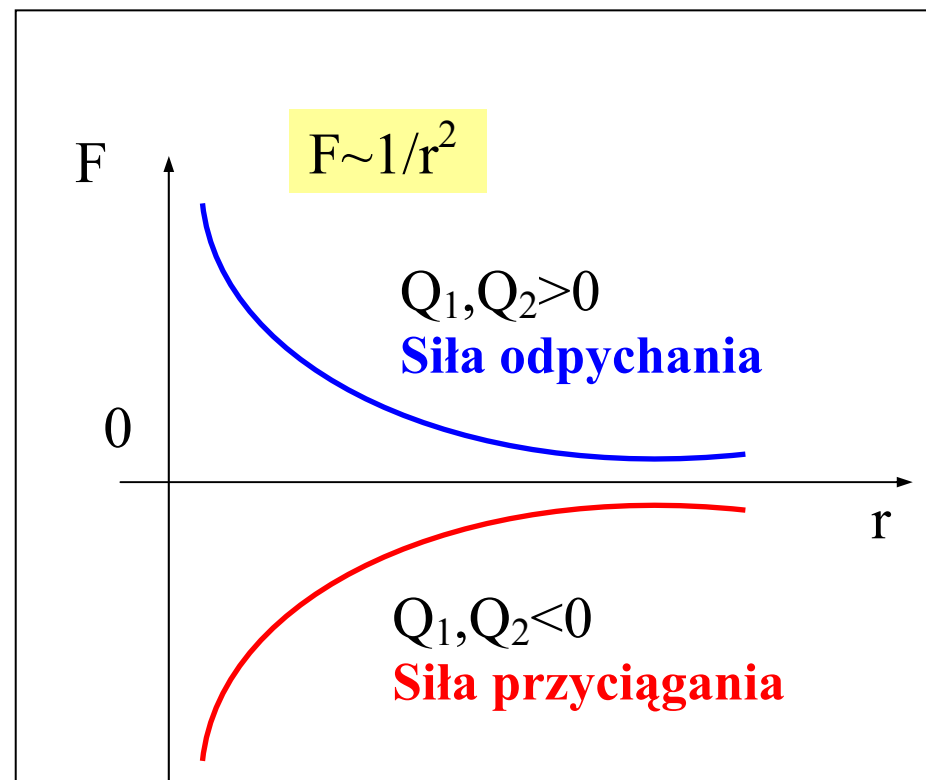
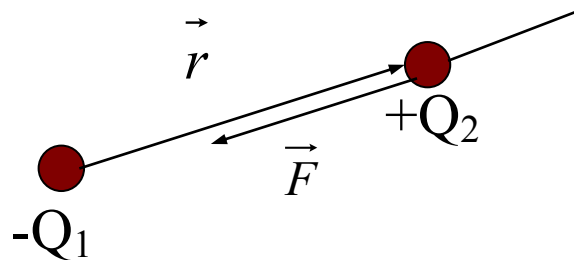
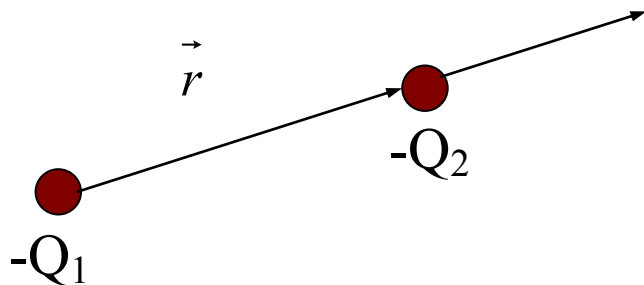
Kwarki	<i>u</i> up	<i>c</i> charm	<i>t</i> top
	<i>d</i> down	<i>s</i> strange	<i>b</i> bottom

PRAWO COULOMBA

- Zapis wektorowy: $\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

- Zapis skalarny: $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

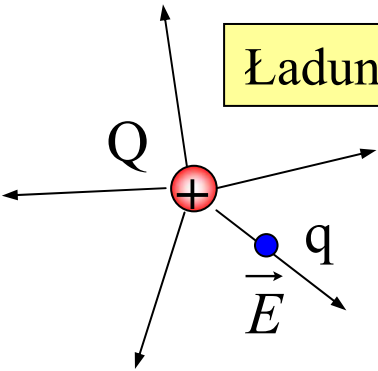
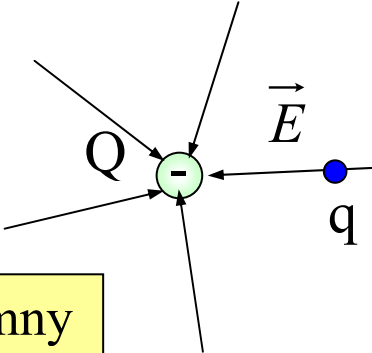
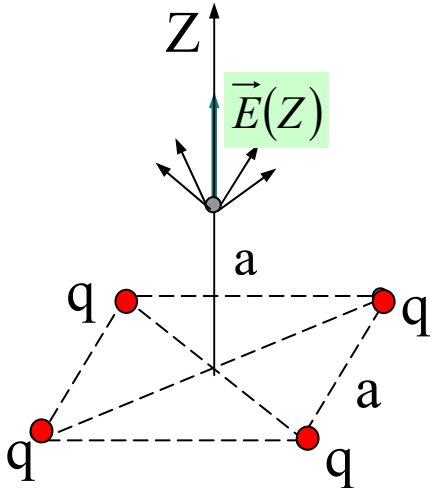
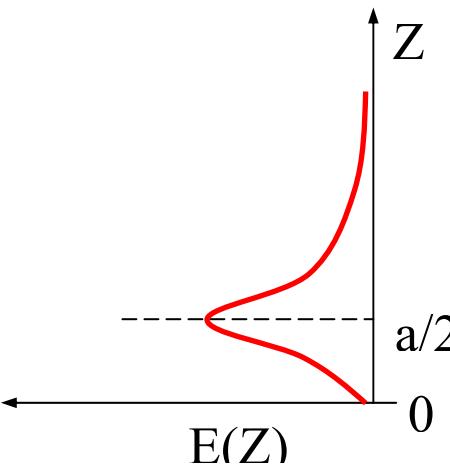


NATEŻENIE POLA ELEKTROSTATYCZNEGO

- Nateżenie pola jest wektorem opisującym własności pola:

Jeżeli w polu elektrostatycznym znajdzie się ładunek, to na ładunek ten będzie

działać siła pochodząca od pola. $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, $q > 0$

Pole ładunku punktowego $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$	Pole układu n ładunków $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$
 Ładunek dodatni  Ładunek ujemny	 

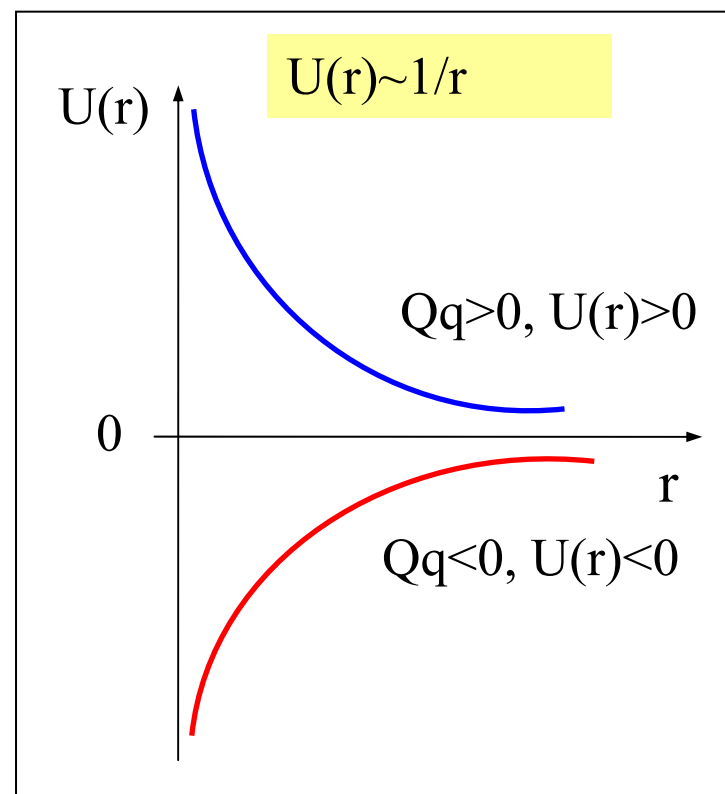
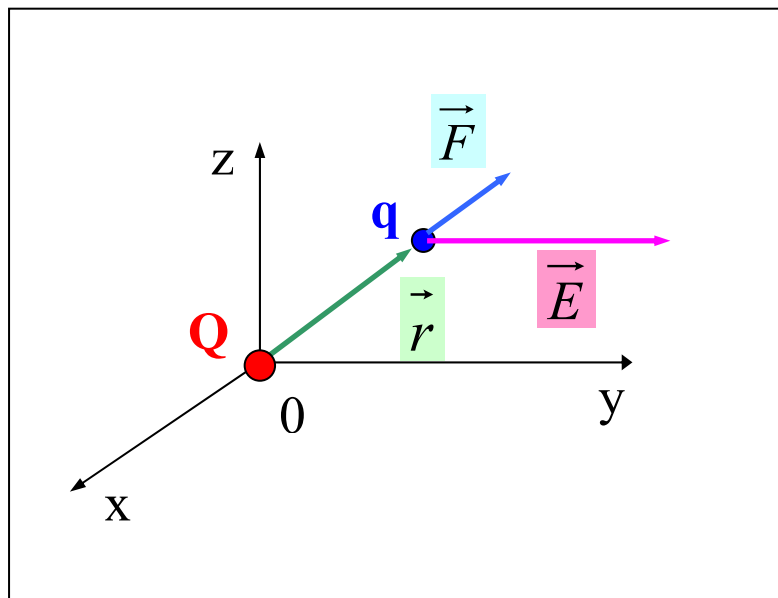
POTENCJAŁ POLA ELEKTROSTATYCZNEGO

- Pole elektrostatyczne jest polem zachowawczym (podobnie jak pole grawitacyjne)

$$\oint \vec{F} d\vec{r} = q \oint \vec{E} d\vec{r} = 0$$

- Energia potencjalna ładunku punkowego

$$U(r) = \int_r^\infty \vec{F} d\vec{r} = q \int_r^\infty \vec{E} d\vec{r} = -q \int_\infty^r \vec{E} d\vec{r}$$



np. pole wytworzone przez ładunek punktowy:

$$U(r) = q \int_r^{\infty} \vec{E} d\vec{r} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Potencjał pola: $V(r) = \frac{U(r)}{q}$

np. pole wytworzone przez ładunek punktowy:

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Potencjał w danym punkcie pola r można obliczyć korzystając ze wzoru:

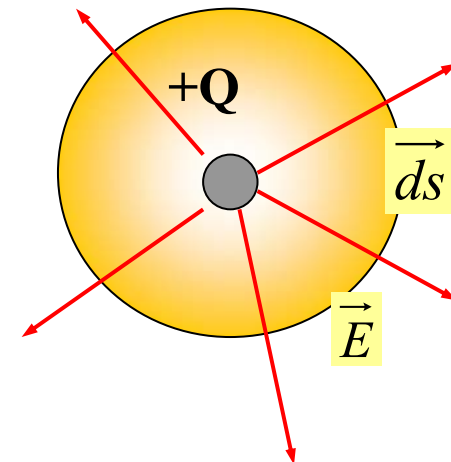
$$V(r) = \int_r^{\infty} \vec{E} d\vec{r}$$

- **Powierzchnie ekwipotencjalne** = zbiór geometryczny punktów pola, w których potencjał jest taki sam

np. powierzchnia kulista = powierzchnia ekwipotencjalna

Q – ładunek punktowy

$$\epsilon_0 \int E ds = \epsilon_0 E \cdot 4\pi r^2$$



- **Prawo Gaussa**

Strumień wektora natężenia pola przez zamkniętą powierzchnię równy jest ładunkowi elektrycznemu w obszarze ograniczonym tą powierzchnią.

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q$$

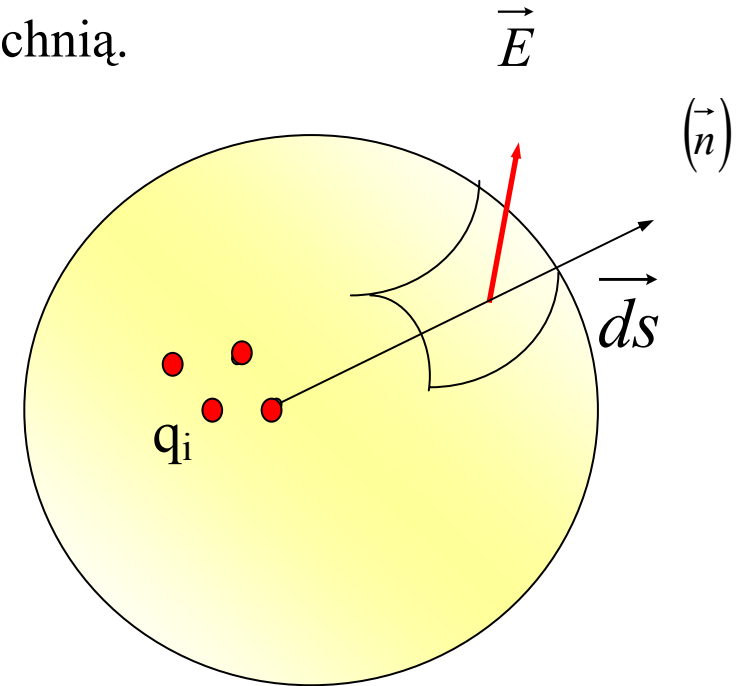
Gdy w rozważanym obszarze brak ładunków:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Pole grawitacyjne: $\oint \vec{g} \cdot d\vec{s} = -4\pi GM$

- **Powierzchnia Gaussa**

np. pole ładunku punktowego: $\oint \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \varepsilon_0 E \cdot 4\pi r^2 = Q$



Zastosowanie prawa Gaussa: wyznaczanie natężenia pola wytworzonego przez ładunek.

np. równomiernie naładowana powłoka kulista o promieniu R

σ – gęstość powierzchniowa ładunku [σ] = C/m^2

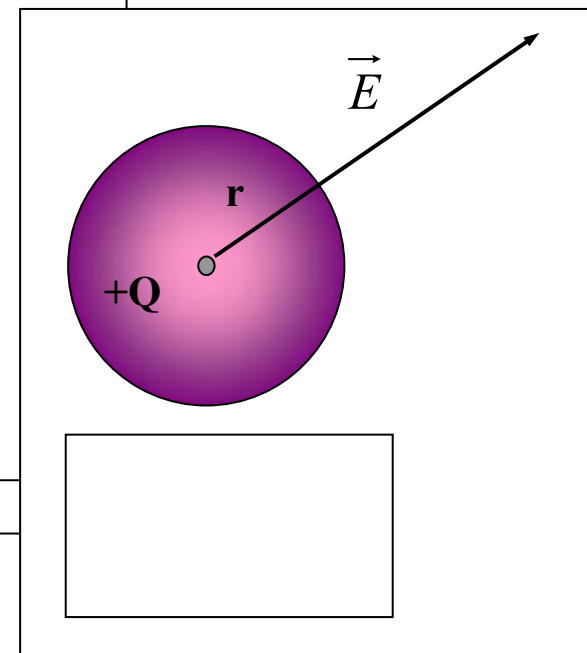
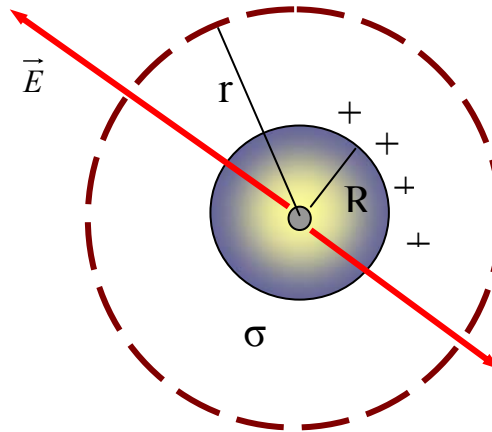
$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

pole o symetrii sferycznej

$r < R$, $Q = 0 \rightarrow E(r) = 0$

$r > R$: $\varepsilon_0 E \cdot 4\pi r^2 = \sigma \cdot 4\pi R^2$

$$E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)^2$$

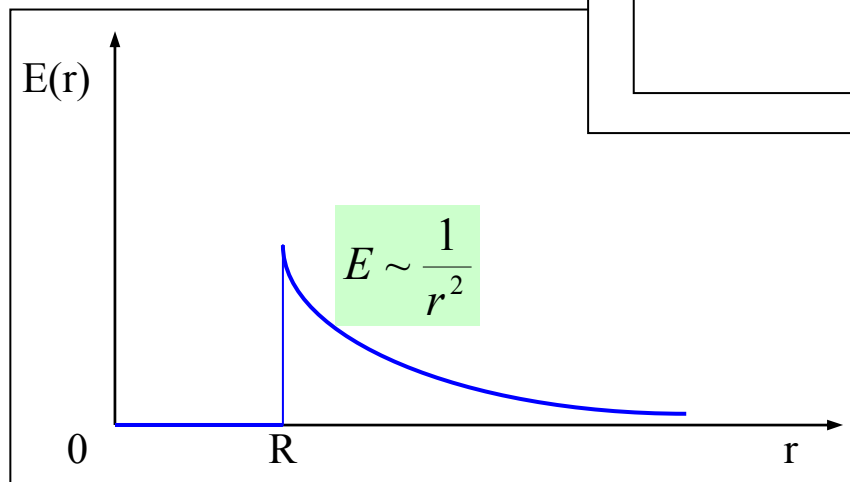


Potencjał pola:

$$V(r) = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

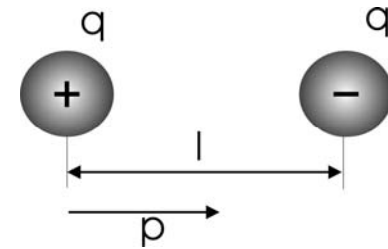
$$V(r) \sim \frac{1}{r} \quad \text{dla } r > R$$

$$V(r) = 0 \quad \text{dla } r < R$$



WŁASNOŚCI DIPOLA ELEKTRYCZNEGO

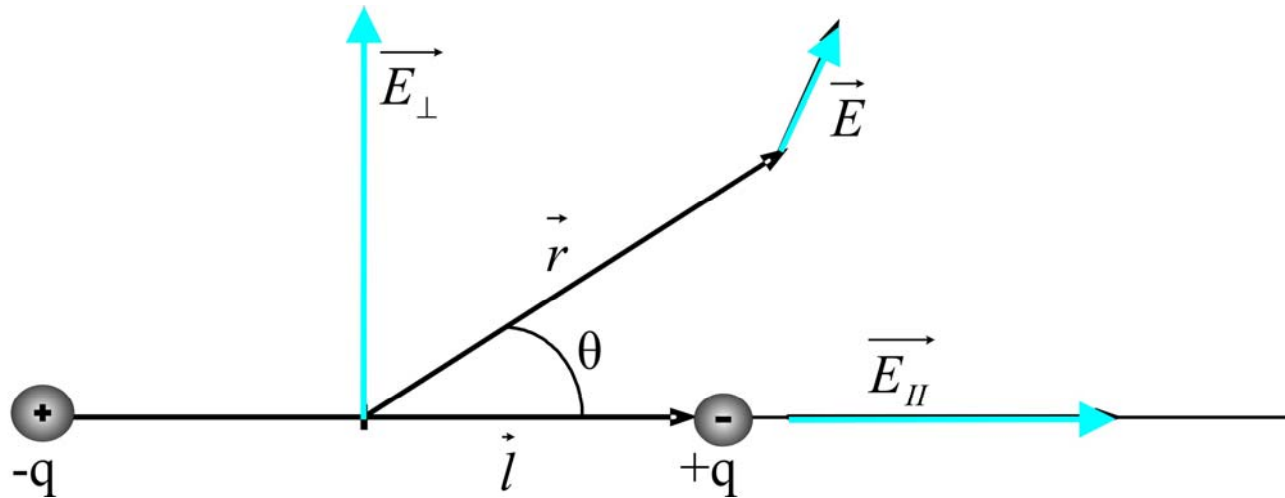
Def. $\vec{p} = q \cdot \vec{l}$ elektryczny moment dipolowy dipola



- Natężenie i potencjał pola wytworzonego przez dipol

Na osi dipola, $\theta = 0$ $E_{||} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

Na prostopadłej do osi, $\theta = 90^\circ$ $E_{\perp} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$



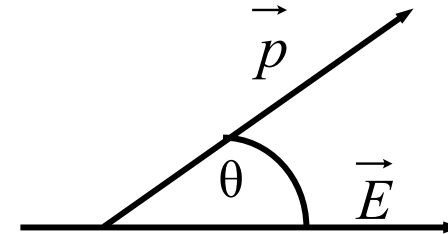
Potencjał pola: $V(r, \theta) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ dla $r \gg l$

- **Dipol w zewnętrznym, jednorodnym polu elektrycznym**

- Moment sił działających na dipol

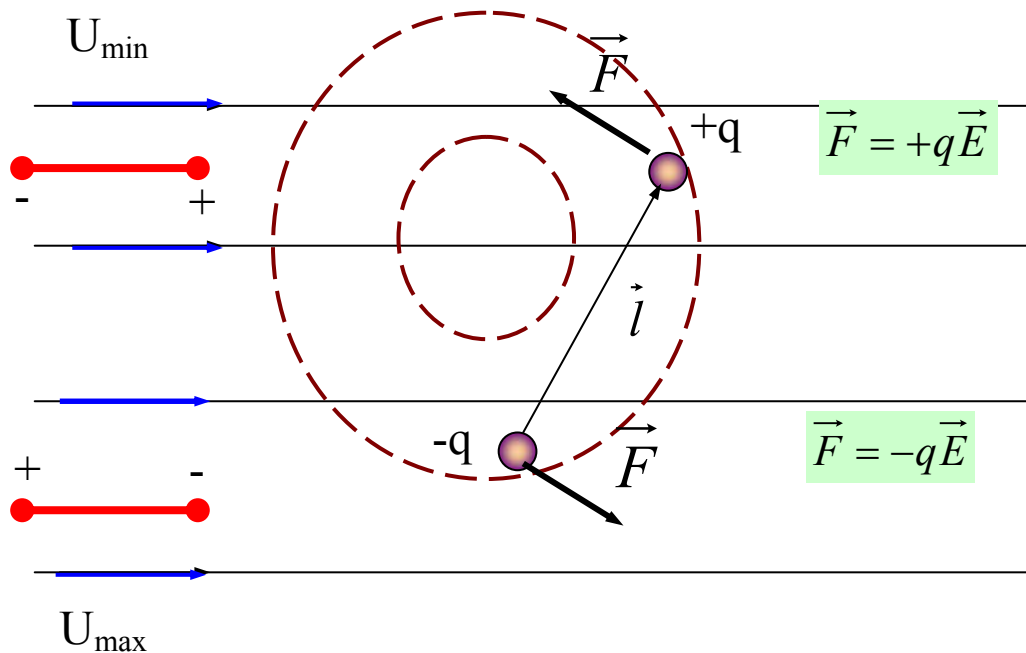
$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$|\vec{M}| = pE \sin \theta$$



- Energia potencjalna dipola w polu $\vec{E}$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \theta$$



równowaga trwała ($U = -pE$)

$$\theta = 0, U = U_{\min}$$

równowaga niestabilna ($U = pE$)

$$\theta = 180^\circ, U = U_{\max}$$

DIELEKTRYKI

Dielektryki = substancje, które nie zawierają swobodnych ładunków (i dlatego nie są przewodnikami prądu elektrycznego), w zewnętrznym polu elektrycznym ulegają polaryzacji dielektrycznej

- **dielektryki niepolarne:** molekuły nie posiadają trwałych elektrycznych momentów dipolowych
- **dielektryki polarne:** trwałe momenty dipolowe molekuł, w polu zewnętrznym – polaryzacja kierunkowa dipoli
- **kryształy jonowe:** w zewnętrznym polu – polaryzacja jonowa
- **ferroelektryki**

Polaryzacja dielektryczna (elektronowa) – przesunięcie orbity elektronu w zewnętrznym polu elektrycznym

Wyindukowany elektryczny moment dipolowy $p_e = e \cdot \Delta x$

Pole elektryczne od wyindukowanego dipola $E_e = \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

Równowaga sił:

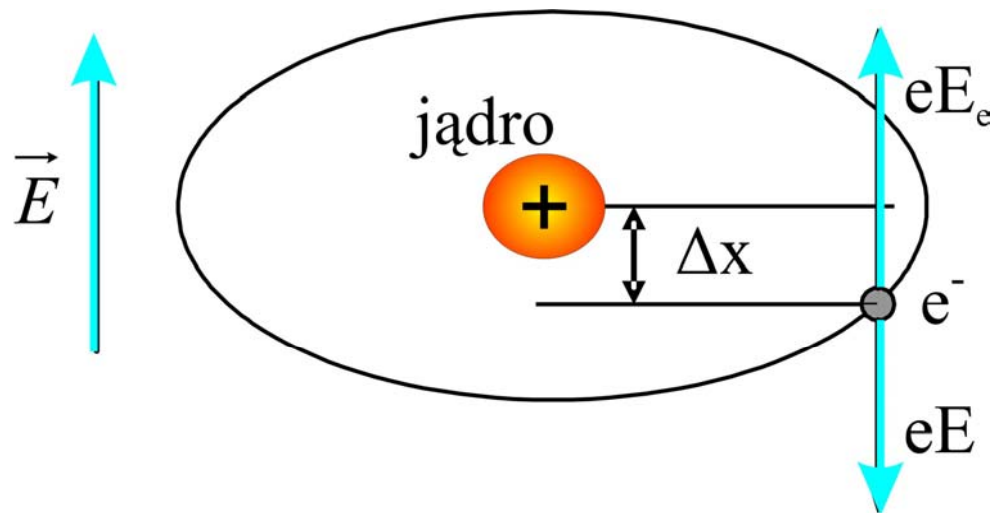
$$\frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot e = e \cdot E \Rightarrow p_e = 4\pi\epsilon_0 r^3 E$$

($p_e \sim E$ dla małych pól)

$$p \equiv p_e = 4\pi\epsilon_0 r^3 E = \alpha E,$$

α – współczynnik polaryzowalności
elektronowej atomu

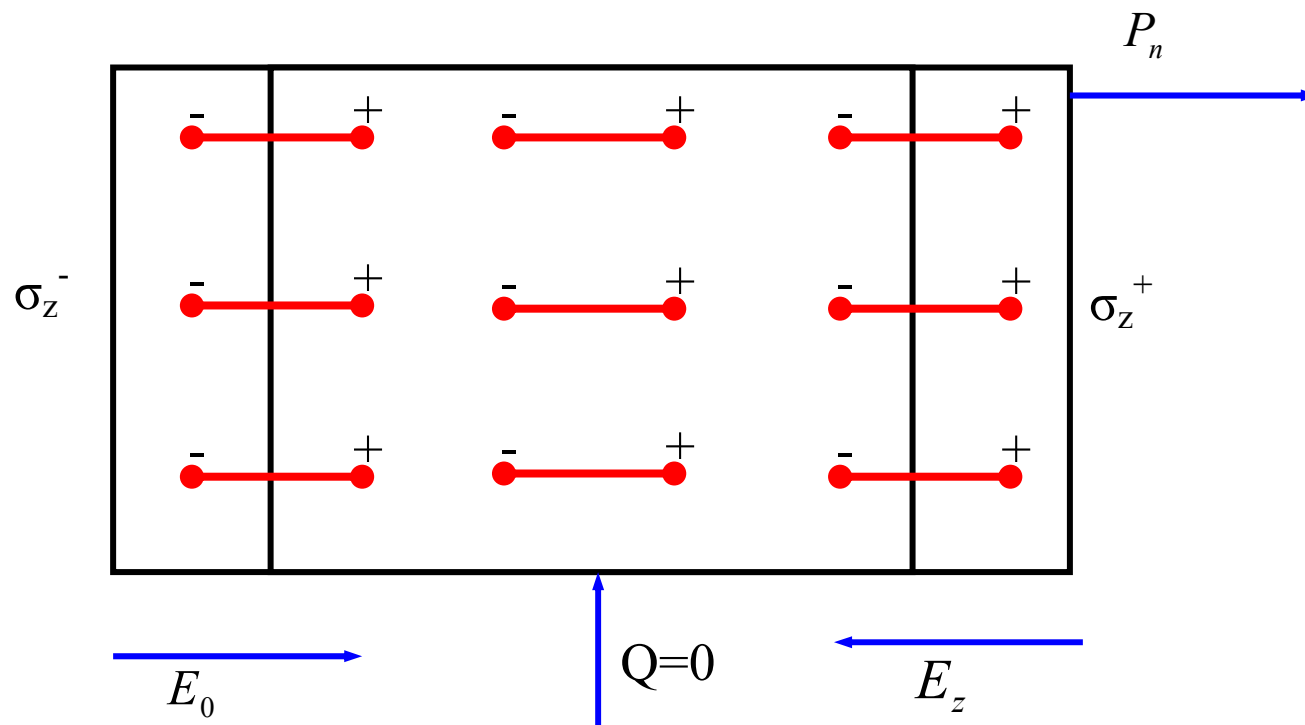
$$\alpha \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (10^{-10})^{-3} \approx 10^{-40} \text{ F} \cdot \text{m}^2$$



Def. $\vec{P} = n \vec{p}$ wektor polaryzacji (=moment dipolowy jednostki objętości dielektryka)

n – koncentracja momentów dipolowych

Def. $\vec{P} = n \alpha \vec{E} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$ $\chi = \frac{\alpha n}{\epsilon_0}$ podatność elektryczna dielektryka



Pole zewnętrzne

Pole ładunków związanych

- **Pole ładunków związanych**

$\sigma_z = P_n$ gęstość powierzchniowa ładunku równa jest składowej normalnej wektora polaryzacji

pole wypadkowe dielektryka: $\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}_z < \vec{E}_0$

natężenie pola w dielektryku jest mniejsze od natężenia pola w próżni

- **Prawo Gaussa dla dielektryków**

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = (\sigma - \sigma_z) \cdot \Delta s = (\sigma - P_n) \Delta s$$

$$\oint (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot \vec{ds} = \sigma \cdot \Delta s$$

$$\text{ponieważ} \quad \vec{P} \cdot \vec{ds} = P_n \cdot ds$$

$$\sigma \cdot \Delta s = Q$$

Q – ładunek całkowity wewnątrz powierzchni Δs

Def. $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ wektor indukcji elektrostatycznej ($\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ w próżni)

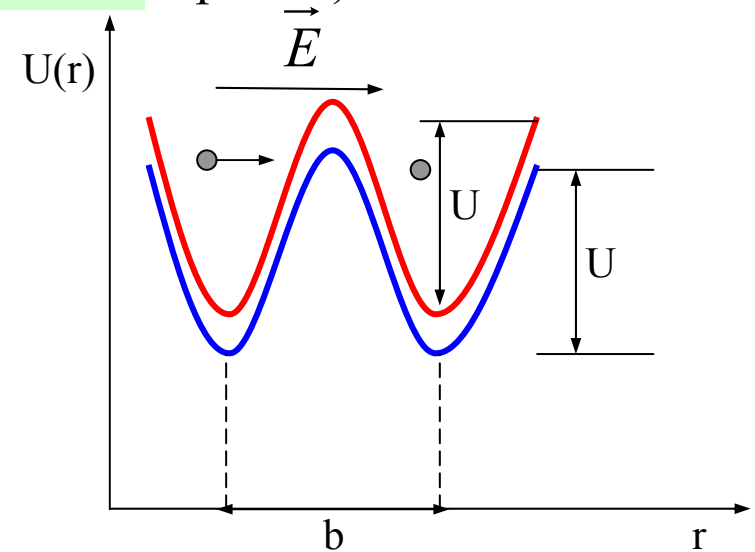
• **prawo Gaussa** $\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi \varepsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\varepsilon = 1 + \chi$ względna przenikalność elektryczna ośrodka

$\varepsilon = 1$ dla próżni ($\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$)



Studnia potencjału z dwoma położeniami równowagi

• Polaryzacja jonowa (cieplna, relaksacyjna)

- słabo związane jony w sieci kryształów jonowych; po przyłożeniu pola przeważają przeskoki jonów w kierunku pola

$$\alpha_i = \frac{(Ze)^2 b^2}{12kT} \quad \text{współczynnik polaryzacji}$$

b – odległość między dwoma możliwymi położeniami równowagi

Polaryzacja relaksacyjna (cieplna) dielektryków

- dielektryki zawierające słabo związane cząsteczki, zdolne zmieniać swe położenie równowagi pod wpływem ruchów cieplnych
- w obecności pola prawdopodobieństwa znalezienia cząsteczki w obu położeniach równowagi są różne
- czas ustalania się polaryzacji, tzw. czas relaksacji τ

$$\tau = A \exp(U / kT) \quad \tau \approx 10^{-2} - 10^{-12} s, \quad A - \text{stała}, T - \text{temperatura}$$

- gdy molekuły dipolami, to:

$$\alpha_l = P^2 / 3kT \quad \text{współczynnik polaryzacji dipolowej w kierunku pola } (\vec{P} = n\alpha\vec{E})$$

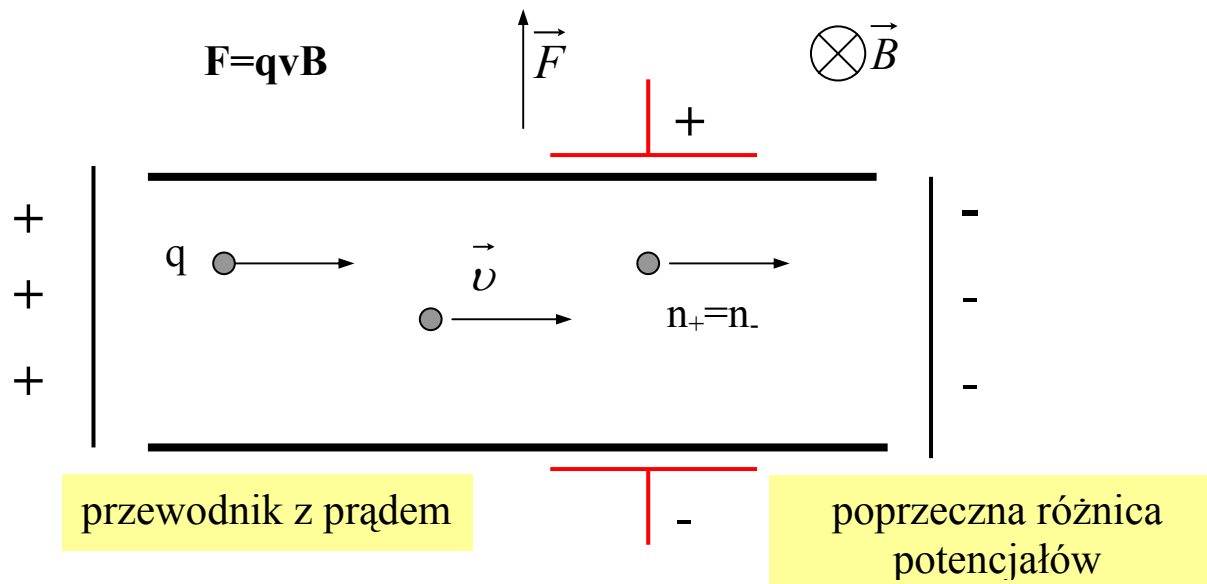
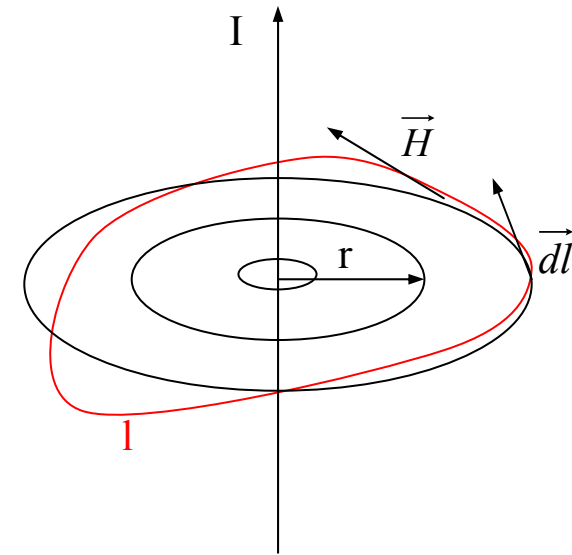
- ruchy cieplne molekuł przeciwdziałają polaryzacji

POLE MAGNETYCZNE

Def. $\vec{B}$ wektor indukcji magnetycznej

- siła Lorentza $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \quad , \quad F = qvB \quad \left| \vec{B} \right| = \frac{F}{qv}$$



Def. $\vec{H}$ wektor natężenia pola magnetycznego

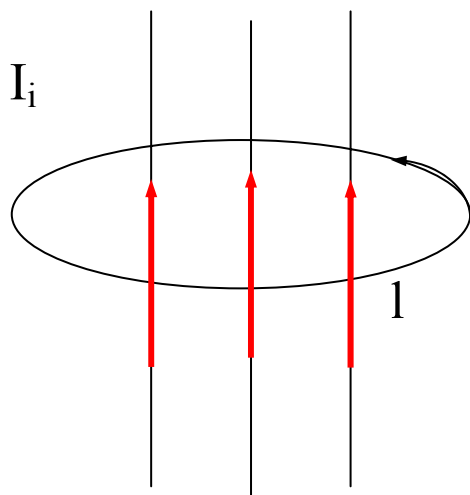
- prawo Ampera $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$

związek $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ w próżni

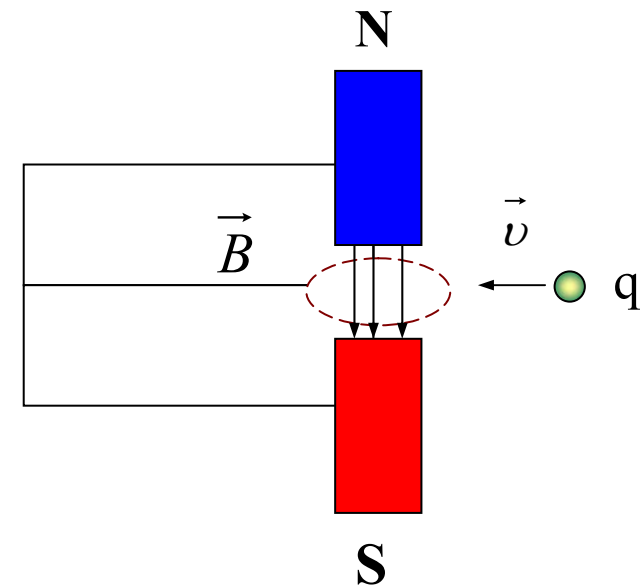
$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H / m}$ przenikalność magnetyczna próżni

np. $\oint \vec{H} d\vec{l} = H \cdot 2\pi r = I \Rightarrow H = I / 2\pi r$ pole magnetyczne nieskończenie długiego, prostoliniowego przewodnika z prądem

- prawo Ampera (w postaci ogólnej) $\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i$



$\vec{F} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ siła Lorentza

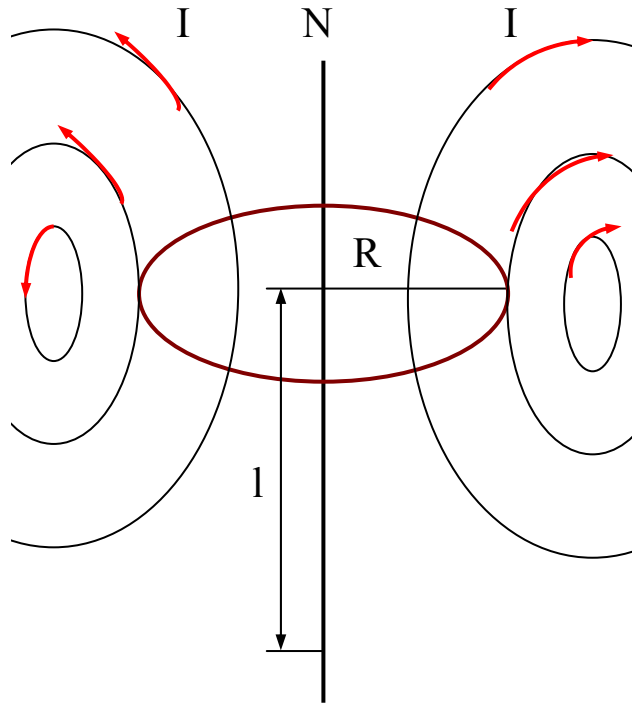


• Dipol magnetyczny

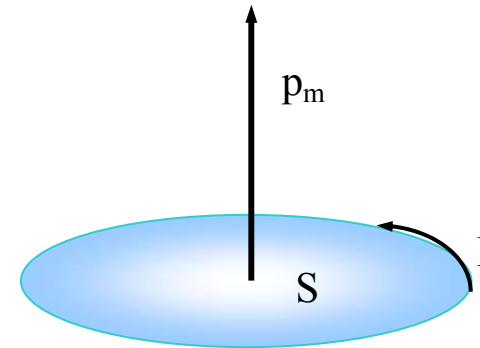
○ zamknięty przewód z prądem

$\vec{p}_m = I \cdot \vec{s}$ magnetyczny moment dipolowy

$\vec{p}_m \perp$ do powierzchni ramki, nie zależy od jej kształtu



analogia



$$\vec{H} = \frac{\vec{p}}{2\pi l^3} \quad \text{dla } l \gg R$$

Pętla kołowa, pole $\vec{H}$ na osi „zet”

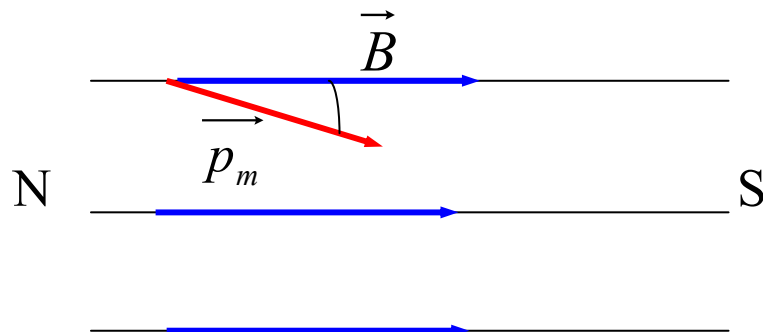
○ dipol magnetyczny w zewnętrznym polu magnetycznym

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \quad \text{moment siły ustawiający}$$

dipol w kierunku linii sił pola

$$U = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} = -p_m B \cos \theta \quad \text{energia potencjalna}$$

dipola magnetycznego



○ momenty magnetyczne ładunku

poruszającego się po orbicie kołowej

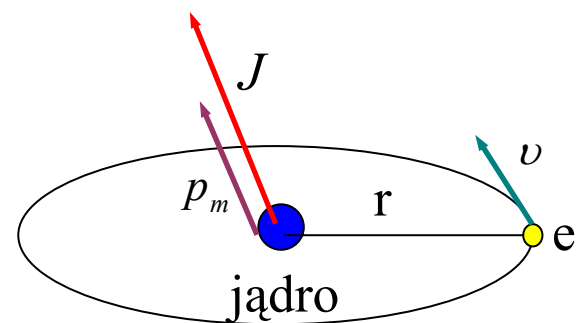
np. elektron w atomie wodoru

$\vec{J}$ - moment pędu elektronu ($J = mvr$)

$$I = \frac{e}{T}, \quad T = \left(\frac{v}{2\pi r} \right)^{-1} \quad \text{okres obiegu elektronu}$$

$$I = \frac{ev}{2\pi r} \quad \text{inaczej} \quad p_m = IS = I\pi r^2 = \frac{ev\pi r^2}{2\pi r} = \frac{1}{2} e v r$$

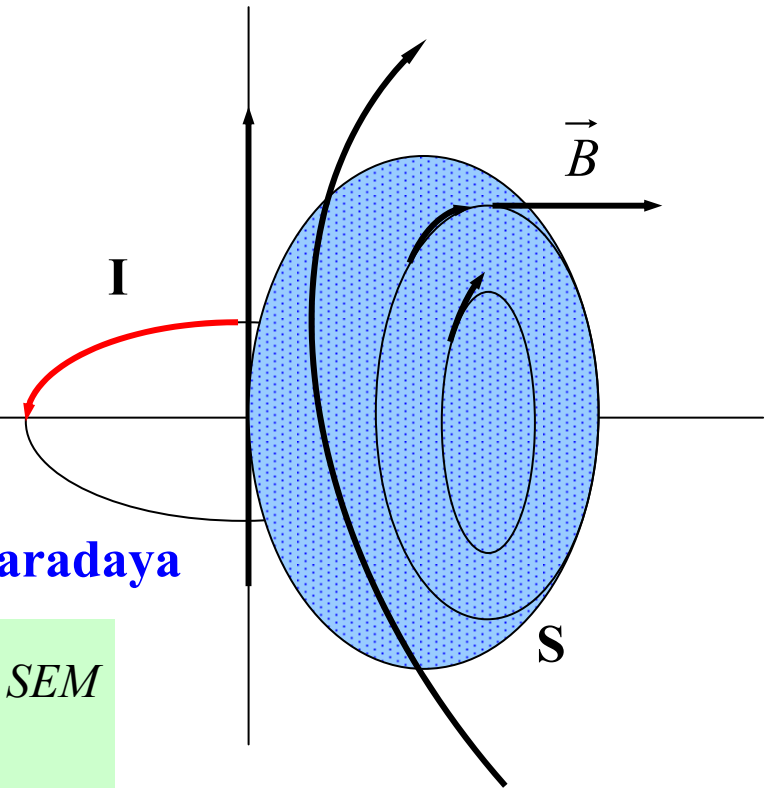
$$p_m = \frac{e}{2m} (mvr) = \frac{e}{2m} |\vec{J}| \quad |\vec{J}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad \vec{p}_m = \frac{e}{2m} \vec{J}$$



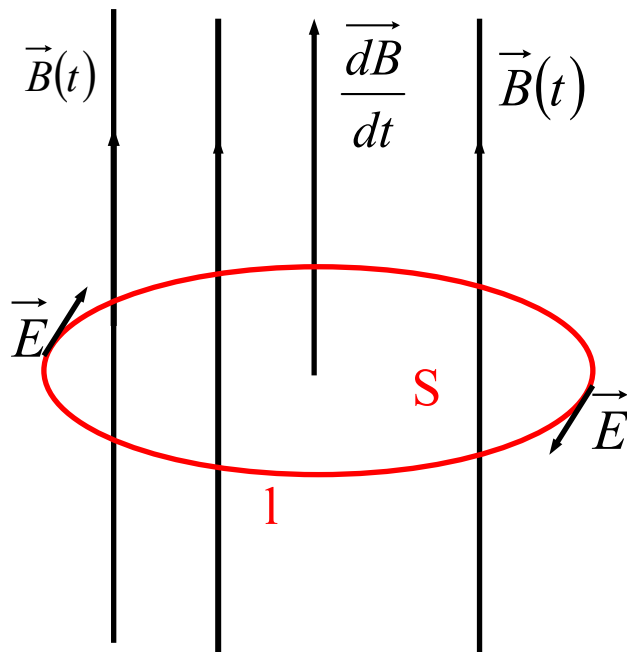
- Prawo Gaussa dla pola magnetycznego**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{brak ładunków magnetycznych}$$

Strumień wektora indukcji przez powierzchnię zamkniętą jest równy zero (linie sił są zawsze liniami zamkniętymi).



- Zjawisko indukcji magnetycznej - Prawo indukcji Faradaya**



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \varepsilon = SEM$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = SEM$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad \text{strumień wektora indukcji}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{siła elektromotoryczna indukcji}$$